



---

# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

**“ANÁLISIS DE LAS PROPIEDADES ACÚSTICAS DE CRISTALES  
FONÓNICOS AL MODIFICAR SU TEMPERATURA Y LA  
GEOMETRÍA DE LOS DISPERSORES”.**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**FÍSICO**

PRESENTA:

**ANITA JUAN ROQUE**

**ASESOR DE TESIS: Dr. DE-LFINO REYES CONTRERAS**

**COASESOR: Dr. MIGUEL MAYORGA ROJAS**

**Toluca, Estado de México, Mayo 2019.**

## DEDICATORIA

## **AGRADECIMIENTOS**

# ÍNDICE

RESUMEN

INTRODUCCIÓN

HIPÓTESIS

OBJETIVOS

Capítulo I: Cristales fonónicos

- 1.1 Cristal.
- 1.2 Fonón.
- 1.3 Cristal Fonónico.
- 1.4 Banda prohibida (*band gap*) fonónica.
- 1.5 Tipos de cristales fonónicos.
  - 1.5.1 Cristal fonónico Sólido-Sólido.
  - 1.5.2 Cristal fonónico fluido-fluido.
  - 1.5.3 Cristal fonónico mixto.
  - 1.5.4 Una clasificación alterna.
- 1.6 Aplicaciones.

Capítulo II: COMSOL Multiphysics

- 2.1 ¿Qué es COMSOL Multiphysics?
- 2.2 Breve historia.
- 2.3 Módulo de Acústica (*Acoustic Module*)
- 2.4 Métodos y estudios numéricos.

Capítulo III: Metodología

- 3.1 Diseño general de los 3 cristales a analizar.
  - 3.1.1 Mallado.
- 3.2 Geometría de los dispersores.
- 3.3 Efecto del ángulo de incidencia.
- 3.4 Análisis del efecto de la temperatura.

Capítulo IV: Análisis de resultados

- 4.1 Efecto de la geometría de los dispersores.
- 4.2 Efecto del ángulo de incidencia.
  - 4.2.1 Dispersores triangulares.
  - 4.2.2 Dispersores romboidales.
  - 4.2.3 Dispersores elípticos.
- 4.3 Análisis del efecto de la temperatura.

Capítulo V: Conclusiones

## Resumen

Un cristal fonónico, consiste en dispersores de sonido dispuestos periódicamente en una matriz. En la presente tesis se llevó a cabo el diseño de 3 cristales fonónicos, utilizando la plataforma COMSOL Multiphysics. La diferencia entre los cristales fue la forma geométrica de los dispersores, el primer cristal consistió en un arreglo de 20x20 dispersores triangulares de acero inoxidable inmersos en una matriz de agua, el segundo con una base de rombos y el tercero con base elipsoidal, ambos cristales comparten las mismas características que el primero.

Como primer punto, se analizó el efecto de la geometría de los dispersores: los espectros de transmisión mostraron la aparición de bandgaps en regiones de frecuencias diferentes para cada cristal, cuando el ángulo de incidencia es de  $0^\circ$  y la temperatura se mantiene constante en  $20^\circ\text{C}$ . Los resultados se complementaron con un análisis del ángulo de incidencia de  $-90$  a  $90$  grados en intervalos de  $10$  grados a la misma temperatura constante. Este análisis mostró que la posición de los bandgaps para los 3 cristales se modifica ligeramente para los ángulos analizados, mientras que las bandas de transmisión modifican considerablemente su intensidad al variar dicho ángulo. En el punto 2, se mantuvo un ángulo de incidencia de  $0$  grados, modificando la temperatura ( $20, 40, 60, 80$ )  $^\circ\text{C}$ , lo que conlleva a modificar la velocidad del sonido y la densidad. El bandgap de los 3 cristales se vio afectado al variar la temperatura, aumentando o reduciendo el intervalo de frecuencias en la que aparece, dependiendo del cristal.

## **Introducción**

Los cristales fonónicos son arreglos periódicos en una, dos o tres dimensiones, con periodicidad del mismo orden de magnitud que la longitud de onda de las bandas. En estos sistemas, la periodicidad da como consecuencia la formación de bandas prohibidas fonónicas, que son intervalos de frecuencias en los cuales no hay propagación de ondas mecánicas. El objetivo de este trabajo fue diseñar 3 cristales fonónicos para analizar el efecto de la geometría de los dispersores de sonido, la temperatura de ambos componentes, así como el ángulo de incidencia de sus propiedades acústicas. Para ello se hizo uso de la plataforma COMSOL Multiphysics, programa que nos ayuda al diseño y simulación de los cristales fonónicos, para posteriormente obtener los espectros de transmisión de las bandas sonoras y los mapas de presión acústica, con el objetivo de analizar la existencia de bandas prohibidas.

El presente trabajo se desarrolló de la siguiente manera.

En los capítulos uno y dos se describen algunas propiedades y conceptos importantes sobre cristales fonónicos, así como el fundamento teórico para comprender las simulaciones realizadas. Se explican detalles asociados a COMSOL-Multiphysics, que fue la plataforma de simulación utilizada, con énfasis en el módulo de Modulo de Acústica y los métodos y estudios numéricos que se utilizan de manera general. Después, en el Capítulo 3, se describe la metodología, que comprende el desarrollo completo del procedimiento para diseñar y simular los cristales fonónicos en la plataforma antes mencionada.

En el capítulo 4, se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas, es decir, los espectros de transmisión y mapas de presión que se discutirán, para posteriormente hacer el análisis de resultados.

Finalmente, en el capítulo 5 se desarrollan las conclusiones a las que se llegaron con los resultados obtenidos.

## **Hipótesis**

La geometría de los dispersores de sonido, la temperatura de sus componentes dispersores/matriz, así como el ángulo de incidencia de ondas de ultrasonido, tendrá efecto en las propiedades de transmisión acústica de cristales fonónicos.

## **Objetivos**

### ***General:***

Diseñar cristales fonónicos para analizar el efecto de la geometría de los dispersores de sonido, la temperatura de ambos componentes, así como el ángulo de incidencia en sus propiedades acústicas.

### ***Particulares:***

- Diseñar 3 cristales fonónicos con dispersores de acero inoxidable, con diferente geometría, inmersos en una matriz de agua (Figura 1).
- Para una temperatura específica, 20 °C, analizar el efecto del ángulo de incidencia de ondas de ultrasonido (-90° a 90° en intervalos de 10) sobre los espectros de transmisión de los 3 cristales.
- Obtener los espectros de transmisión de los 3 cristales diseñados a diferentes temperaturas i.e., 20 °C, 40 °C, 60 °C y 80 °C.
- Análisis de los espectros de transmisión.

# **Capítulo I**

## **Cristales fonónicos**



El presente Capítulo tiene el objetivo de introducir el concepto de cristal fonónico, sus principales características y aplicaciones, así como el concepto de la banda prohibida fonónica.

## 1.1 CRISTAL

La materia está formada por átomos o iones, que en ocasiones se agrupan para formar lo que conocemos con el nombre de moléculas. Históricamente, estos agregados (atómicos, iónicos o moleculares), han sido clasificados en los tres estados fundamentales de la materia: gas, líquido y sólido. La materia se considera estrictamente cristalina si los átomos, iones o moléculas que la componen, se distribuyen de un modo regular y repetitivo en las tres direcciones espaciales X, Y, Z [1].

El denominado estado cristalino corresponde fundamentalmente al estado sólido, pero con características muy especiales. En estado sólido, un cristal comprende un arreglo de átomos, iones o moléculas ordenados periódicamente en todas direcciones, hecho que en gran medida se debe a la fuerte interacción entre dichos componentes. La estructura idéntica que se repite, recibe el nombre de base o celda cristalina, mientras que aquella sobre la que se repite, el de red cristalina [2]. De acuerdo a la ubicación espacial de los átomos, los sólidos se conocen como amorfos, cristales y policristales; hay otros materiales con características diferentes llamados cuasi-cristales y cristales líquidos [3].

## 1.2 FONON

Es importante definir el concepto de fonón, que es un tema de gran interés en la física del estado sólido, debido a que desempeñan una función muy importante en muchas de sus propiedades físicas, incluidas las conductividades térmica y eléctrica. El concepto de “fonón” fue introducido en 1932 por el físico soviético Igor Tamm. El término fonón viene del griego *phonos*, que puede traducirse como “sonido” o “voz”; en el contexto de la física, fonón se atribuye a

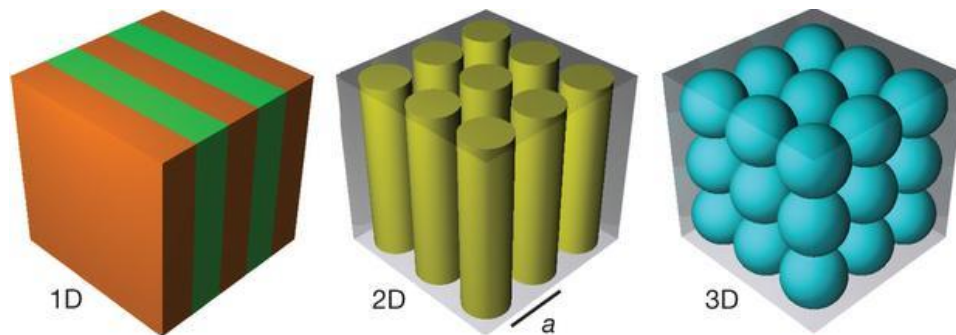
una cuasi-partícula, que hace referencia a una vibración. Se eligió el nombre fonón, dado que las vibraciones periódicas de la materia con grandes longitudes de onda (es decir, fonones de gran longitud de onda) producen el sonido como lo conocemos.

Los fonones son la descripción de un tipo especial de vibración en el arreglo de algún material en el cual se propaga una perturbación. Cuando un material vibra, la vibración puede ser descrita como la suma de ciertas vibraciones elementales, conocidas como modos normales de vibración. Para modelar el comportamiento de los fonones, se supone a los materiales como arreglos periódicos de átomos o moléculas; los enlaces entre dichos átomos son considerados como resortes elásticos. Los modos normales, son las frecuencias en las que los resortes oscilan más cómodamente, dependiendo de la masa atada a él y de su elasticidad. Cuando uno de los átomos es desplazado de su posición de equilibrio (cuando el resorte no está tenso), se desata una onda o un fonón, que se propaga a través del material. Los materiales contienen fonones de diferentes energías o frecuencias, viajando caóticamente en todas direcciones. Pero a diferencia de los fotones, que usualmente no interactúan entre ellos cuando tienen distintas frecuencias, los fonones se superponen unos a otros, creando patrones muy complejos y difíciles de analizar. Los cristales son muy parecidos a los arreglos de átomos y resortes que se modelan en física, y es por eso que el comportamiento de los fonones es particularmente útil cuando se habla de las propiedades acústicas o térmicas de ellos [4].

### **1.3 CRISTAL FONONICO**

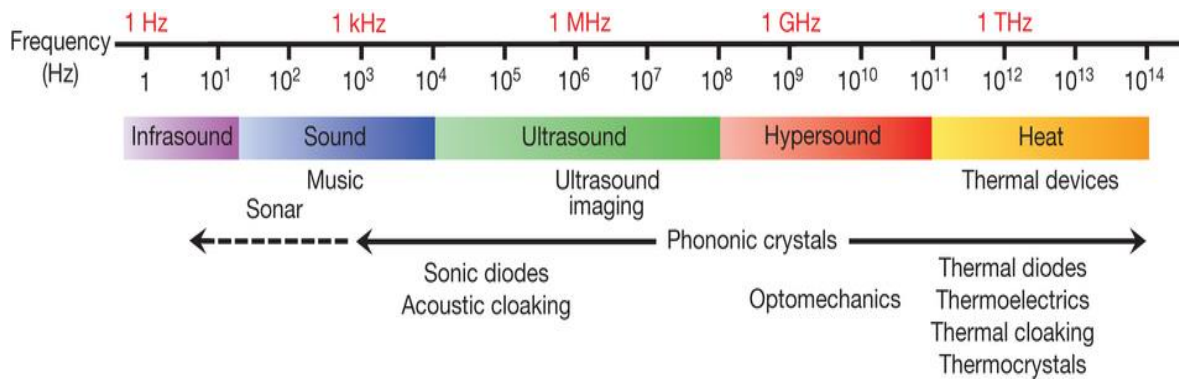
Los cristales fonónicos son materiales compuestos, periódicos y artificiales, que consisten en dispersores de sonido distribuidos periódicamente en una matriz, con un contraste de alta impedancia de densidades de masa y / o módulos elásticos, entre los dispersores y la matriz, lo que puede dar lugar a nuevas dispersiones acústicas y la formación de estructuras de bandas [5]. Son arreglos periódicos en

una, dos o tres dimensiones (como se muestra en la Figura 1.1) con periodicidad del mismo orden de magnitud que la longitud de onda de las bandas. En estos sistemas, la periodicidad da como consecuencia la formación de bandas prohibidas fonónicas, que son intervalos de frecuencias en los cuales no hay propagación de ondas mecánicas.



**Figura 1.1.** Ejemplo de un cristal fonónico.

El sonido y el calor son vibraciones mecánicas transmitidas a través de un medio, por ejemplo, la red atómica de un sólido. La diferencia más clara es que las ondas sonoras oscilan a frecuencias bajas (del orden de kHz) y se propagan a grandes distancias, mientras que las ondas de calor oscilan a frecuencias altas (de THz) y se propagan a distancias cortas. El espectro fonónico es continuo, cubriendo rangos de frecuencias que van desde los infrasonidos (Hz) a las ondas térmicas (THz), pasando por los sonidos audibles (kHz), los ultrasonidos (kHz y MHz) y los hipersonidos (GHz). Los llamados cristales fonónicos permiten cubrir gran parte del espectro fonónico, como se muestra en la Figura 1.2. La posibilidad de microestructurar cristales fonónicos, conlleva a bandas prohibidas (bandgaps), en rangos similares a los que aparecen en los cristales fotónicos o en los materiales semiconductores.



**Figura 1.2.** Espectro fonónico [6].

En recientes investigaciones, se han analizado los espectros de bandas de transmisión de los cristales fonónicos con ondas incidentes y se han comparado con distintos frentes de onda. Por ejemplo, por un lado, los electrones en un semiconductor solo pueden ocupar ciertas bandas de energía, por otro lado un cristal fonónico permite que las ondas acústicas, en rangos de frecuencia específicos, viajen a través de la banda de paso, otras frecuencias son inhibidas por un intervalo de bandas, esto ofrece un medio muy preciso para controlar y manipular fonones.

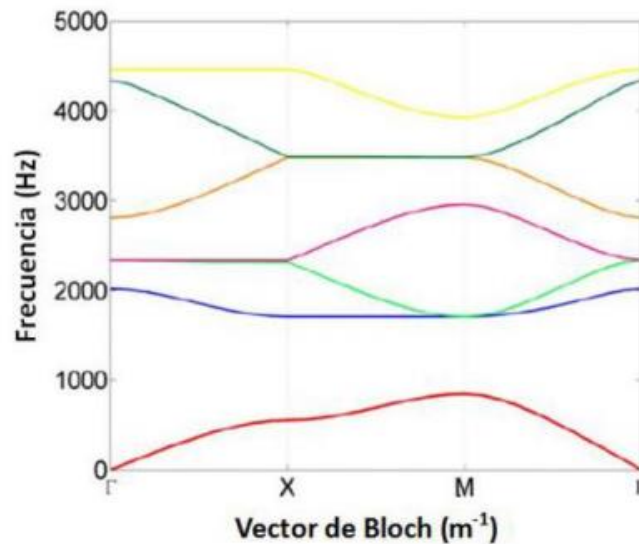
El estudio de cristales fonónicos, inicialmente se centró en calcular la estructura de bandas y su mecanismo de formación. La creación de un cristal con un intervalo de banda completo requiere el diseño de diferentes estructuras topológicas con diferentes individuos geométricos o con diferentes redes periódicas. Las estructuras de banda de los cristales fonónicos también pueden diseñarse y adaptarse variando la proporción de relleno y utilizando nuevos materiales con diferentes constantes elásticas [5].

#### 1.4 BANDA PROHIBIDA (*BAND GAP*) FONÓNICA

El concepto de banda prohibida fonónica se puede entender al tomar en cuenta, la interferencia de las ondas dispersas al multiplicarse dentro de un cristal fonónico. Cuando un conjunto de dispersores se coloca periódicamente, las ondas quedan muy dispersas entre un obstáculo y el obstáculo contiguo, y terminan llenando

todo el espacio disponible y propagándose en todas las direcciones posibles. Interfieren constructiva o destructivamente, dependiendo de su frecuencia y la geometría del cristal.

La banda prohibida aparece cuando las ondas dispersadas interfieren de forma destructiva en una dirección dada, de modo que su superposición disminuye exponencialmente al atravesar el cristal. Cuando la banda prohibida existe en todas las direcciones de propagación, se denomina una banda prohibida completa. Un ejemplo de cristal sonoro que posee una banda prohibida completa sería un espejo perfecto, reflejando todas las ondas incidentes. De hecho, las ondas que incidieran en el cristal sonoro no podrían penetrar en él. Estas propiedades son estrictamente ciertas para las frecuencias que caen dentro de la banda prohibida. Para otras frecuencias, las interferencias destructivas son equilibradas por las constructivas y las ondas pueden transmitirse parcialmente [7].

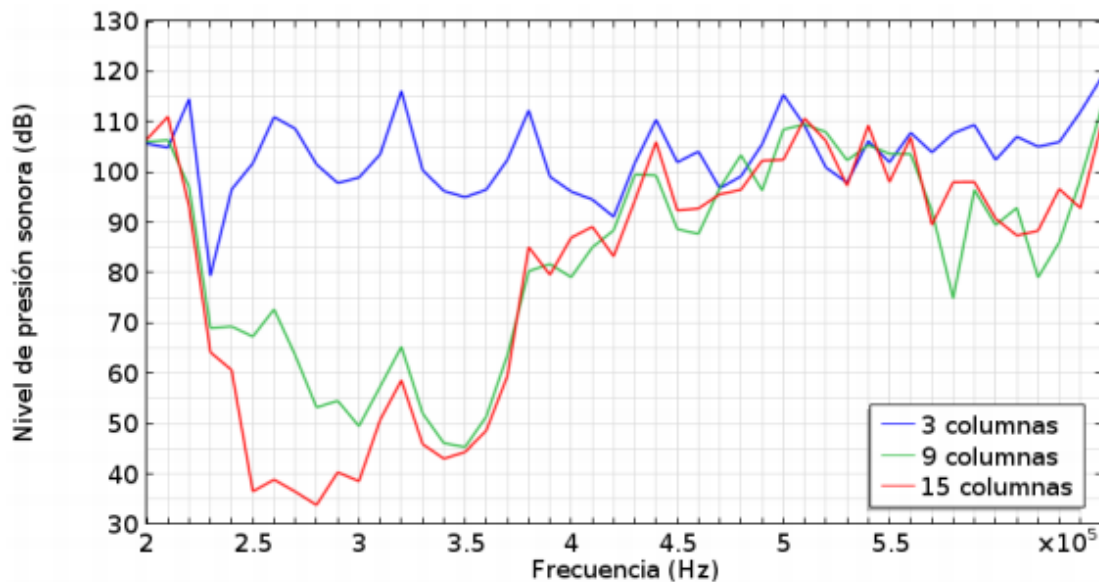


**Figura 1.3.** Estructura de bandas de una red cuadrada de cilindros rígidos de radio  $r = 0.07$  m un parámetro de red  $a = 0.15$  m, y un factor de empaquetamiento  $ff \approx 64.8\%$ .

La estructura de bandas es vista como un grupo de funciones continuas discretamente separadas, que representan la relación de dispersión del medio, por ejemplo, en la figura 1.3 se puede observar la estructura de bandas de una red cuadrada de cilindros rígidos de radio  $r=0.07m$  y un parámetro de red  $a=0.15$  m, lo

cual representa un factor de empaquetamiento de  $ff \approx 68.4\%$ . En la Figura 1.3, cada línea de color representa una banda correspondiente a un estado de excitación obtenido por una onda de la frecuencia correspondiente emitida con una incidencia normal en la estructura. Las direcciones  $\Gamma X$ ,  $XM$  y  $M\Gamma$  representan las direcciones de simetría del cristal [8].

Otro ejemplo en el que se pueden apreciar la estructura de bandas de un cristal fonónico es en la simulación de cristales fonónicos de 3, 9 y 15 columnas de dispersores de aluminio. La Figura 1.4 muestra el nivel de presión sonora en un punto a 0.0435 m tras el cristal fonónico respecto a la frecuencia considerando 3, 9 y 15 columnas de dispersores de aluminio.



**Figura 1.4.** . Nivel de presión sonora (dB) en un punto a 0.0435 m tras el cristal de sonido respecto a la frecuencia considerando 3, 9 y 15 columnas de dispersores de aluminio.

Se puede observar que cuando se considera un cristal fonónico compuesto únicamente por 3 columnas de dispersores, apenas existe banda prohibida. Por el contrario, cuando el número de columnas de dispersores aumenta a 9, y posteriormente a 15, se constata que aumenta el ancho de banda de la banda prohibida y también su atenuación [8].

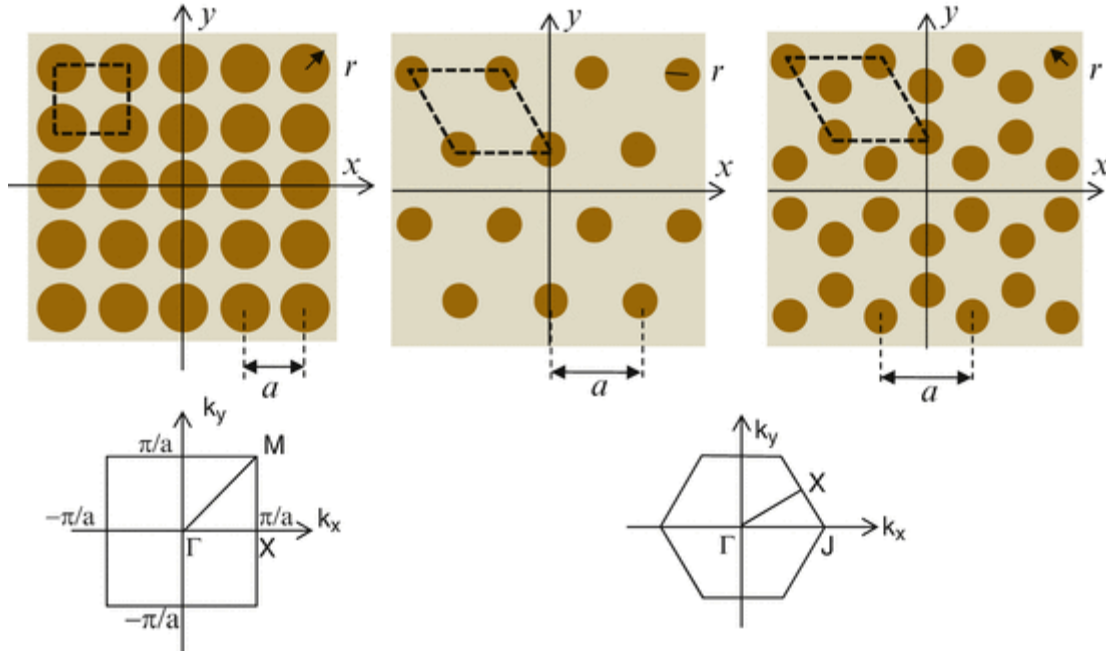
## 1.5 TIPOS DE CRISTALES FONONICOS

Como se ha descrito, los cristales fonónicos son medios elásticos heterogéneos compuestos por una serie periódica de inclusiones incrustadas en una matriz. La principal característica de tales medios compuestos es exhibir bandas prohibidas en sus espectros de transmisión. Se pueden definir tres clases de cristal fonónico, que difieren entre sí por la naturaleza física de las inclusiones y la matriz. De este modo, se pueden definir cristales fonónicos compuestos (inclusión-matriz) **sólido-sólido**, **fluido-fluido** y **mixto**, es decir, **sólido-fluido**. A continuación se describen algunos ejemplos de dichos cristales.

### 1.5.1 Cristal fonónico Sólido-sólido

En los cristales fonónicos sólido-sólido bidimensionales, los modos de vibración se pueden desacoplar entre la propagación en el plano, donde el desplazamiento elástico es perpendicular a los cilindros y la propagación fuera del plano, en donde el desplazamiento elástico es paralelo al eje de los cilindros. Uno de los ejemplos más representativos de dicho sistema es el realizado por Sigalas, Economou y Kushwaha, quienes demostraron la existencia de bandgaps fonónicas absolutas en la primera zona irreducible de Brillouin. Como ejemplo se mostraron las estructuras de la banda elástica y la existencia de bandgaps absolutos en cristales fonónicos hechos de dos materiales comunes, silicio y epoxi. Estos materiales presentan características diferentes, a pesar de que los dos son sólidos, el silicio es un material cubico con un eje cristalográfico paralelo a la dirección de propagación, mientras que el epoxi es isotrópico, es decir, sus propiedades son las mismas en todas direcciones, además presentan un fuerte contraste entre sus densidades y las constantes, lo que significa que el silicio es un material duro, mientras que el epoxi es suave.

El trabajo consistió en estudiar tres redes de estructuras periódicas, es decir, cuadrado, hexagonal y en forma de panal, como lo muestra la Figura 1.5. Se representa la sección transversal bidimensional de las tres matrices analizadas; donde  $a$ , es el parámetro de red y la zona de Brillouin está representada por  $(\Gamma, X, M)$  y  $(\Gamma, J, X)$ , respectivamente [9].



**Figura 1.5** Secciones transversales bidimensionales de inflexiones cuadradas, hexagonales y de panel. Las líneas discontinuas representan la celda de unidad elemental del parámetro de inflexión.

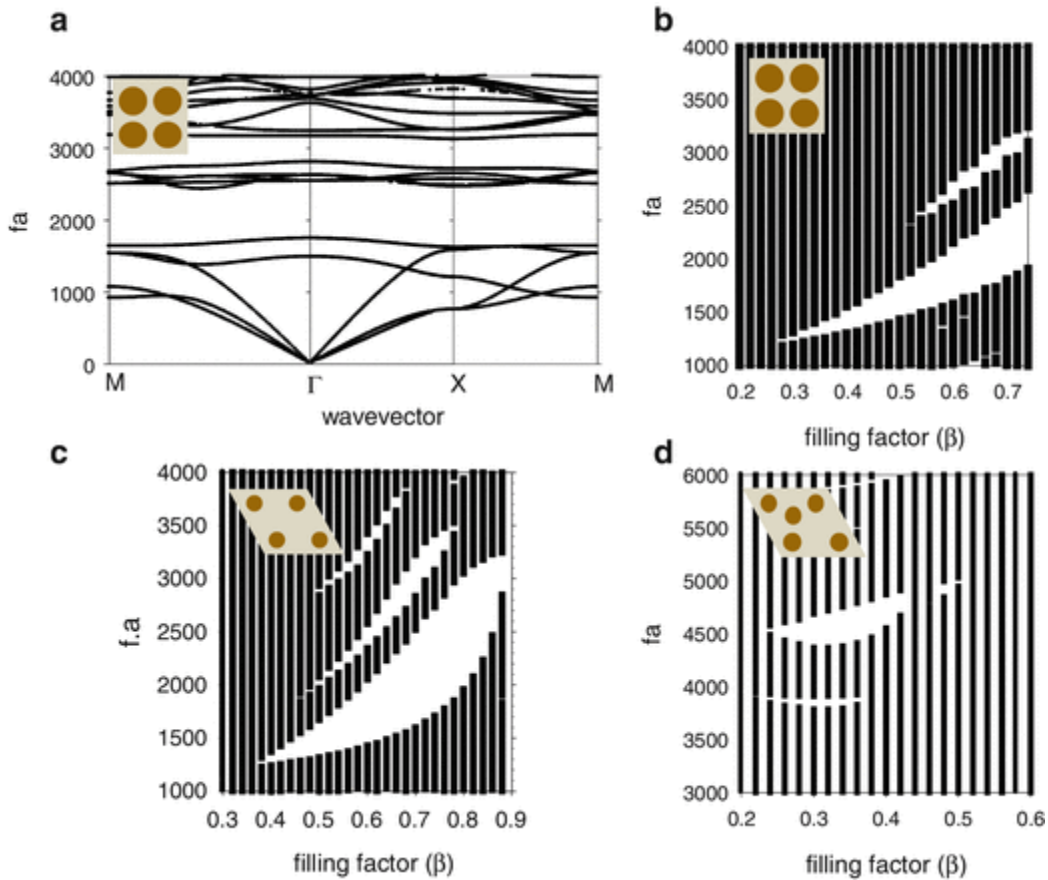
Primero se trabajó con inclusiones de material duro dentro de una matriz blanda; la Figura 1.6 muestra un ejemplo de las curvas de dispersión para una matriz cuadrada de cilindros de silicio en una matriz de epoxi, siendo el factor de relleno definido por  $\beta = 0.68$ . En el rango de frecuencia de la Figura 1.6a, se encuentran dos bandas prohibidas completas para las polarizaciones en el plano y fuera del plano.

En la Figura 1.6b, la evolución de los anchos de banda (área blanca) se representa en función del factor de relleno. El primer espacio de banda completo es el más grande y está abierto en un amplio rango de factores de llenado, por encima de 0.2, como se puede observar el ancho más grande de la banda  $\beta = 0.74$  está abierto para una fracción de llenado muy alta que puede ser una limitación para la fabricación tecnológica. Un segundo espacio de banda más pequeño se abre para  $\beta > 0.55$ . Las frecuencias centrales de ambas bandgaps aumentan al aumentar el factor de relleno  $\frac{\Delta(fa)}{(fa)_{max}} = 28\%$ .



En la figura 1.6c, se puede observar la evolución de las bandgaps para la red hexagonal, en esta parte se obtienen tres bandgaps en donde la mayor tiene una fracción de llenado de  $\beta > 0.36$ , con un ancho máximo alrededor de  $\beta =$

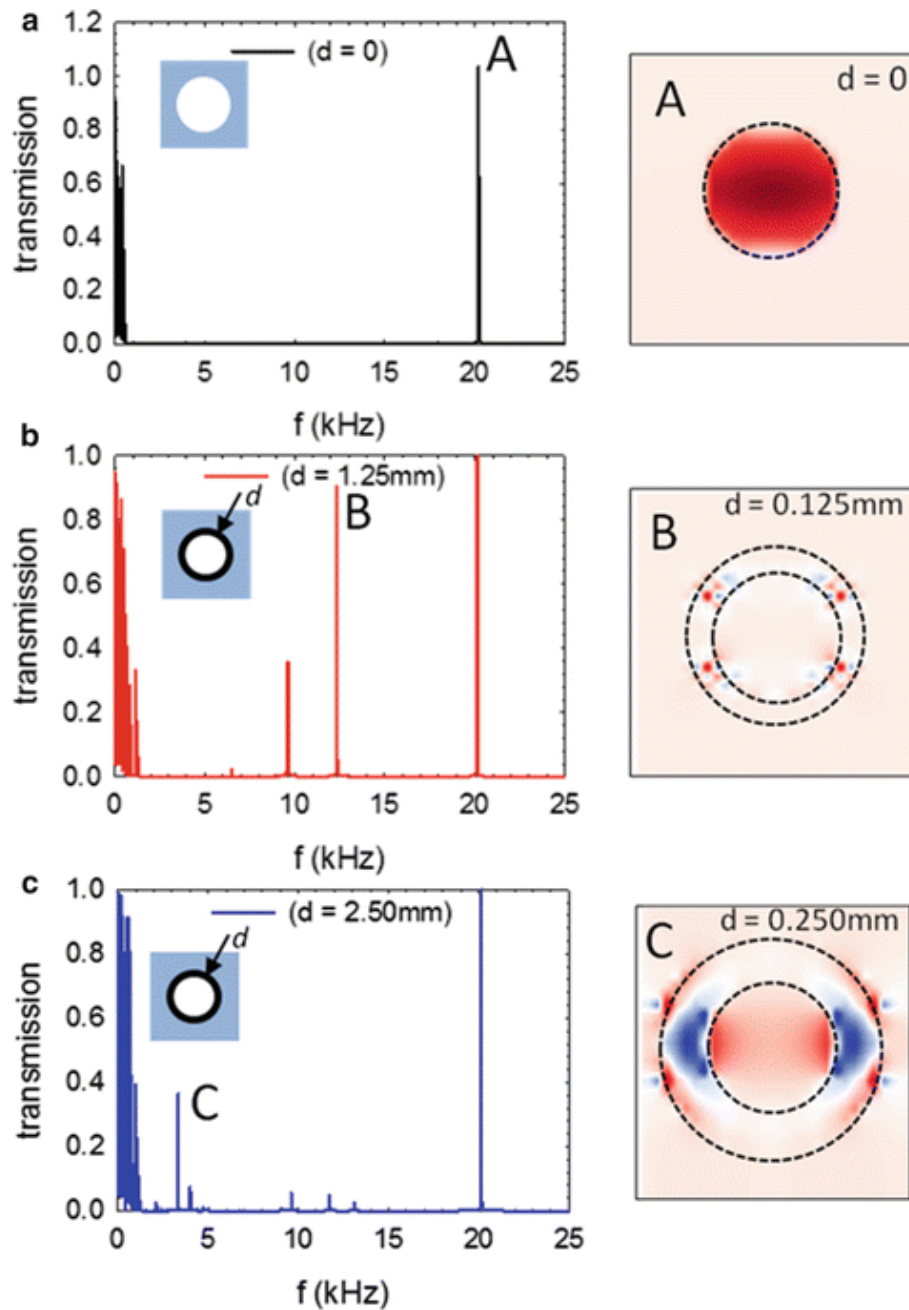
$$0.80, \frac{\Delta(fa)}{(fa)_{max}} = 37\%.$$



**Figura 1.6** Banda prohibida (bandgap) de un cristal fonónico hecho de una inclusión de silicio, con una matriz de epoxy. (a) Ejemplo de una curva de dispersión para la matriz cuadrada de simetría con factor de relleno. Correlación de bandas para (b) cuadrados, (c) hexagonales y (d) matrices de panal en función del factor de relleno  $\beta = 0.68$

### 1.5.2 Cristal fonónico fluido-fluido

En los cristales fonónicos fluido-fluido, solo se permiten los modos longitudinales. Un ejemplo es el de cilindros de aire en dos dimensiones, o burbujas de aire en tres dimensiones, inmersos en una matriz de agua; estas estructuras muestran bandgaps fonónicos grandes. .



**Figura 1.7** Coeficiente de transmisión espectral para tres valores del espesor del polímero: (a)  $d=0$ , (b)  $d=1.25\text{mm}$ , y (c)  $d=2.5\text{mm}$  El parámetro de red es  $a=20\text{mm}$  y el radio interno del tubo es de  $5\text{mm}$ . Los mapas del campo de desplazamiento cerca de cada diagrama corresponden a un ejemplo de los picos transmitidos.

En la Figura 1.7 se observa el coeficiente de transmisión para una red cuadrada de cilindros de aire inmersos en una matriz de agua, con un factor de llenado  $\beta = 20\%$  y con un parámetro de red de  $20\text{mm}$  para estar en el rango de frecuencia

audible. Se puede observar un bandgap grande que se extiende de 0.5 a 20 kHz, seguida de un pico agudo. Por lo tanto este sistema tendría la propiedad de evitar la propagación del sonido en un gran dominio de frecuencia, siendo el periodo del cristal fonónico mucho más pequeño que la longitud de onda acústica en el aire. Los picos de transmisión por debajo de 0.5 kHz provienen de la curva de dispersión más baja. El pico A, a 20 kHz, corresponde a un modo localizado dentro del cilindro de aire, como se puede observar en la figura 1.7a, esta localización es posible debido a la gran densidad y los contrastes de compresibilidad entre el aire y el agua.

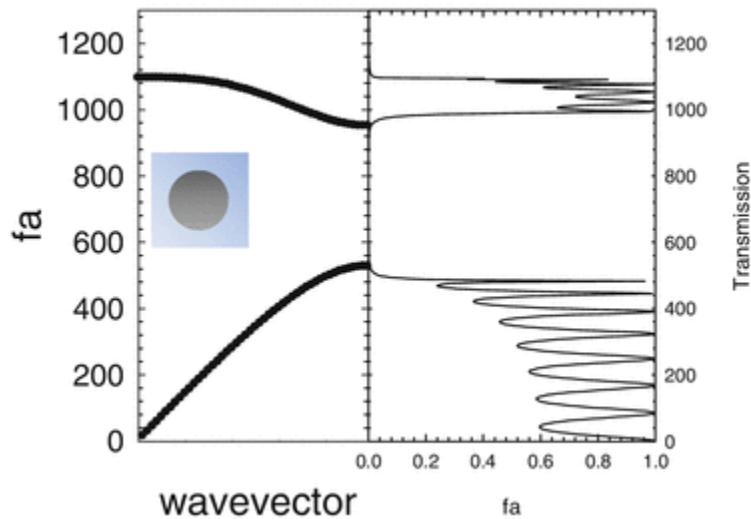
En otro ejemplo, se considera un sistema aún más práctico, donde el aire dentro de los cilindros está rodeado por una delgada capa de polímero sumergida en agua. Los cálculos de transmisión se calcularon para diferentes espesores de la capa de polímero, como se puede observar en la Figura 1.7 b y c. Por otra parte, también es importante mencionar que las velocidades del sonido en el polímero, se consideraron muy bajas y poco realistas en lo que respecta a la velocidad longitudinal, en donde los valores reales son velocidad longitudinal (1000 m/s) y transversal (20 m/s).

En conclusión, en el trabajo citado, se demostró que los cilindros huecos hechos de un polímero elásticamente blando, que contiene aire en el interior y dispuestos en una red cuadrada en el agua, pueden dar lugar a bandgaps muy grandes a bajas frecuencias. En el caso opuesto de los cilindros de agua en un fondo de aire, se pueden obtener grandes espacios de banda con una red de panal de abeja con una fracción de relleno muy alta [9].

### **1.5.3 Cristal fonónico mixto**

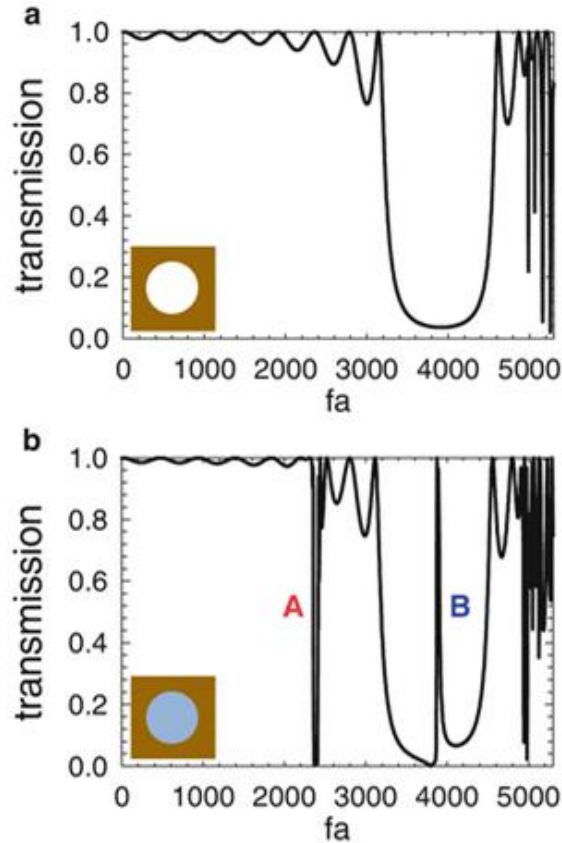
En los cristales fonónicos mixtos, pueden existir modos de vibración complejos, los longitudinales en el fluido y longitudinales y transversales en la parte sólida. En los sistemas mixtos, el fluido puede ser un líquido condensado o un gas. Para visualizar mejor este tipo de cristal describen a continuación dos casos diferentes, cuando las inclusiones sólidas se insertan en una matriz líquida y cuando las inclusiones líquidas se insertan en una matriz sólida [9].

Primero se analiza el caso de un cristal fonónico hecho de cilindros de acero en una matriz de agua. En la Figura 1.8-a izquierda se muestra la estructura de bandas a lo largo de la dirección de la zona irreducible de Brillouin, calculada para una matriz cuadrada de cilindros de acero de radio  $r/a=0.38$ , la parte derecha muestra el coeficiente de transmisión usando el cálculo FDTD [9].



**Figura 1.8** (a) Curvas de dispersión (izquierda) y transmisión (derecha) del cristal fonónico compuesto por cilindros de acero de radio  $r/a=0.45$  en una matriz de agua.

La situación opuesta, en la que el cristal fonónico bidimensional está hecho de cilindros de agua en silicio, se muestra en la figura 1.9 a, donde se muestra como referencia el cálculo de la curva de transmisión cuando el cristal fonónico está hecho de agujeros de aire con un radio  $r/a=0.18$  dentro de la matriz de silicio, también se puede observar que el espectro presenta un bandgap grande por debajo de 3000 m/s, y un intervalo de banda entre 3000 y 4000 m/s.



**Figura 1.9** Curva de transmisión a través de un cristal fonónico de celosía cuadrada 2D hecho con agujeros periódicos de radio  $r/a=0.18$ , en un sustrato de silicio cuando (a) los agujeros están vacíos y (b) los agujeros están llenos de agua.

Cuando los orificios se llenan con agua Figura 1.9b, la curva de transmisión presenta dos características nuevas etiquetadas como A y como B, que aparecen como una caída en la rama transmitida y un pico en el intervalo de banda. La inmersión A y el pico B están asociados con un alto confinamiento del campo dentro de los pozos de agua, debido al gran contraste entre las velocidades acústicas y las impedancias del agua y el silicio, estos modos pueden considerarse como resonancias de cavidad dentro de los orificios rodeados por un material casi rígido. En la curva de transmisión de la Figura 1.9b, parece que los modos resonantes de la cavidad dan lugar, respectivamente, a una caída o un pico en la medida en que sus frecuencias correspondientes caen dentro de un bandgap. Es importante mencionar, que una aplicación de los cristales fonónicos

mixtos, es presentar una nueva forma de detectar la velocidad del sonido de líquidos bioquímicos, para hacer un sensor fonónico [9].

#### **1.5.4 Una clasificación alterna**

Es útil clasificar a los cristales fonónicos en cristales sónicos, ultrasónicos e hipersónicos, dependiendo de la frecuencia. Cada clase conduce a diferentes aplicaciones e involucra diferentes enfoques tecnológicos. Los cristales **sonoros** (1 Hz - 20 kHz) son importantes en la manipulación del sonido, la comunicación y la transferencia de información. Aun así, estas estructuras deben tener varios metros de ancho para crear un bandgap fonónico en el rango sónico y esto podría hacerlas poco práctico para muchos dispositivos. En el régimen **ultrasónico** (20 kHz - 1 GHz) las longitudes de onda son mucho más cortas que en el régimen sónico. En el régimen **hipersónico** (> 1 GHz) las longitudes de onda son más cortas que los del régimen ultrasónico. El comportamiento de los fonones hipersónicos es crucial para muchos fenómenos físicos en materiales; como ejemplo, la interacción entre los electrones y los fonones de alta frecuencia, que determina la eficiencia de la emisión de luz espontánea en silicio y otros materiales semiconductores que tienen una banda electrónica indirecta; este aspecto, junto con la propiedad de refracción negativa, podría llevar a varias aplicaciones para los cristales fonónicos [11].

#### **1.6 APLICACIONES**

Los cristales fonónicos proporcionarán nuevos componentes en los campos de acústica y ultrasonidos, ofreciendo funcionalidades y nivel de control comparable al campo de radiación electromagnética (luz). Los dominios en los que los cristales fonónicos tienen aplicaciones potenciales, son las comunicaciones por radiofrecuencia y la ecografía, imágenes para medicina y pruebas no destructivas. Los dispositivos de enfoque hechos con cristales fonónicos podrían miniaturizar

las lentes acústicas, adaptar la impedancia y desacoplar el tamaño de la abertura del transductor.

La resolución limitada por sub-difracción y el blindaje acústico podrían alcanzarse utilizando cristales fonónicos como guías de onda. El uso de la interacción fotón-fotón permitiría la modulación y el enfriamiento óptico. Dicha estructura también podría mejorar la conversión de energía directa por efectos termoeléctricos y termo fotovoltaicos. En la microescala, se utilizan para aislar estructuras resonantes, como los giroscopios de fuerza de Coriolis, mecánicos, resonadores, filtros y osciladores, desde vibraciones externas y ruidos.

Por lo tanto, permiten la unión rígida de estos dispositivos al sustrato en un entorno sin vibraciones, lo que permite realizar sistemas mecánicos de alta precisión [12]. Los cristales fonónicos pueden ser usados como aislantes, espejos acústicos perfectos, supresores de ruido o mediante la introducción de defectos, como resonadores, cavidades o guías para ondas elásticas. Los cristales fonónicos en el rango de los megahertz (MHz) son útiles para aplicaciones de ultrasonido biomédico o microscopía acústica [6].

# **CAPITULO II**

## **COMSOL Multiphysics**



En el presente capítulo se describen algunos detalles de la plataforma COMSOL Multiphysics, herramienta de cómputo muy utilizada para la simulación de las propiedades acústicas de cristales fonónicos. Se describirán sus características, interfaz gráfica, módulos y usos, así como la descripción de los pasos a seguir para simular cristales fonónicos. El Capítulo no pretende profundizar en las características de COMSOL, ni en detalles para el proceso de simulación; lo último se abordará en el siguiente capítulo.

## **2.1 ¿Qué es COMSOL Multiphysics?**

COMSOL Multiphysics es una plataforma de simulación que abarca todos los pasos del flujo de trabajo del modelado de geometrías que definen propiedades del material, y la física que describen fenómenos específicos a la solución y modelos de proceso posterior para producir resultados precisos y confiables [13]. COMSOL Multiphysics es una herramienta de modelado y análisis para prototipaje virtual de fenómenos físicos, puede modelar virtualmente cualquier fenómeno, incluyendo transferencia de calor, movimiento de fluidos, electromagnetismo, mecánica estructural, fenómenos acústicos, entre otros.

Las prestaciones de multifísica integradas en la plataforma COMSOL capacitan al usuario para simultáneamente modelar cualquier combinación de fenómenos. Las prestaciones de modelado y simulación de COMSOL, junto con las librerías disponibles para él, lo convierten en una herramienta aplicable en un amplio abanico de áreas, entre las que destacan, de manera general: Acústica, Reacciones Químicas, Mecánica de Estructuras, Física, Sistemas de Control, Modelado de componentes y Matemática aplicada, entre otros. Una de las características importantes que hace de COMSOL un programa que sea utilizado

en diferentes áreas, es que cuenta con una interfaz gráfica amigable e interactiva para todas las etapas del proceso de modelado, además de tener ilimitadas prestaciones de multifísica. Entre otras características, se encuentran la formulación general para un modelado rápido y sencillo de sistemas arbitrarios PDEs, Multifísica multidimensional para modelado simultáneo de sistemas en 1D, 2D y 3D; incorporación de herramientas CAD para modelado sólido en 1D, 2D y 3D, generación automática y adaptativa de mallas, una extensa biblioteca de modelos que documentan y muestran más de 80 ejemplos resueltos, disponibilidad de *solvers*, post-procesado interactivo, integración total con MATLAB y sus *toolboxes*, también permite importar y reparar la geometría de archivos CAD en formato DXF e IGES [13].

## **2.2 Breve historia**

COMSOL Multiphysics, fue iniciado en 1986 por dos graduados del Instituto Real de Tecnología, en Estocolmo, Suecia, Svante Littmarck y Farhad Saeidi, quienes lanzaron la primera versión del programa en 1998 con un modelo de mecánica estructural que incluía la optimización de CAD, modelos de materiales, esfuerzos térmicos, olas, y mucho más. Después de su primer lanzamiento, COMSOL lanzó constantemente nuevas adiciones al software con paquetes específicos para ciertas disciplinas y maneras de ingeniería para vincular diferente software de ingeniería. El 12 de abril de 2001 se agregó el Módulo de Ingeniería Química y nueve años después, el 20 de abril de 2010, se introdujo la integración de software con productos como Solidworks y MATLAB [14].

COMSOL es un paquete de software de análisis y resolución por elementos finitos para diferentes aplicaciones en física e ingeniería, en especial fenómenos acoplados o multifísicos. Una característica importante es que ofrece una interfaz con MATLAB, y sus *toolboxes* proporcionan una amplia variedad de posibilidades de programación, pre-procesado y post-procesado. Los paquetes de simulación son multiplataforma (Windows, Mac, Linux, Unix), además de las interfaces de

usuario convencionales basadas en física, COMSOL también permite modelar y solucionar sistemas acoplados de ecuaciones de derivadas parciales [15].

### **2.3 Módulo de Acústica (*Acoustic Module*)**

Para el desarrollo de esta tesis el modulo que se utilizó fue el Módulo de Acústica (***Acoustic Module***), este módulo de acústica ha sido diseñado específicamente para aquellos que trabajan con dispositivos que producen, miden y utilizan ondas acústicas. Sus modos de aplicación, fáciles de usar, proporcionan todas las herramientas necesarias para modelar la propagación de ondas acústicas en sólidos y fluidos estacionarios, así como aero-acústica en campos móviles. Las simulaciones en una, dos o tres dimensiones, permiten comprender de una manera más eficaz los problemas complejos en la manipulación experimental y en la aprobación de los diseños antes de construirlos.

El módulo de Acústica es un complemento a la plataforma COMSOL que proporciona herramientas para el modelado de la acústica y vibraciones para aplicaciones tales como altavoces, dispositivos móviles, micrófonos, sensores, silenciadores, el sonar, y medidores de flujo. Puede utilizar las funciones especializadas para visualizar campos acústicos y crear prototipos virtuales de dispositivos o componentes. Para estudios más detallados, la acústica puede combinarse con otros efectos físicos, como la mecánica estructural, la piezoelectricidad y el flujo de fluidos. La plataforma contiene acoplamientos multifísicos para que pueda evaluar el desempeño de un producto o de diseño en un entorno que es lo más cerca posible al mundo real.

El Módulo de Acústica también incluye muchas formulaciones especializadas y modelos de materiales que pueden usarse para áreas de aplicación específicas, utilizada en transductores en miniatura y dispositivos móviles o las ecuaciones de Biot para modelar ondas poro-elásticas. El entorno multifísico se amplía aún más con varios métodos numéricos incluido el método de elementos finitos

(FEM), el método de elementos delimitadores (BEM), el trazado de rayos y el método de elementos finitos de Galerkin discontinuos (dG-FEM).

Una característica importante de este módulo es que proporciona un diagrama de flujo consistente y fácil de seguir, es decir pasos de modelado sencillos como son:

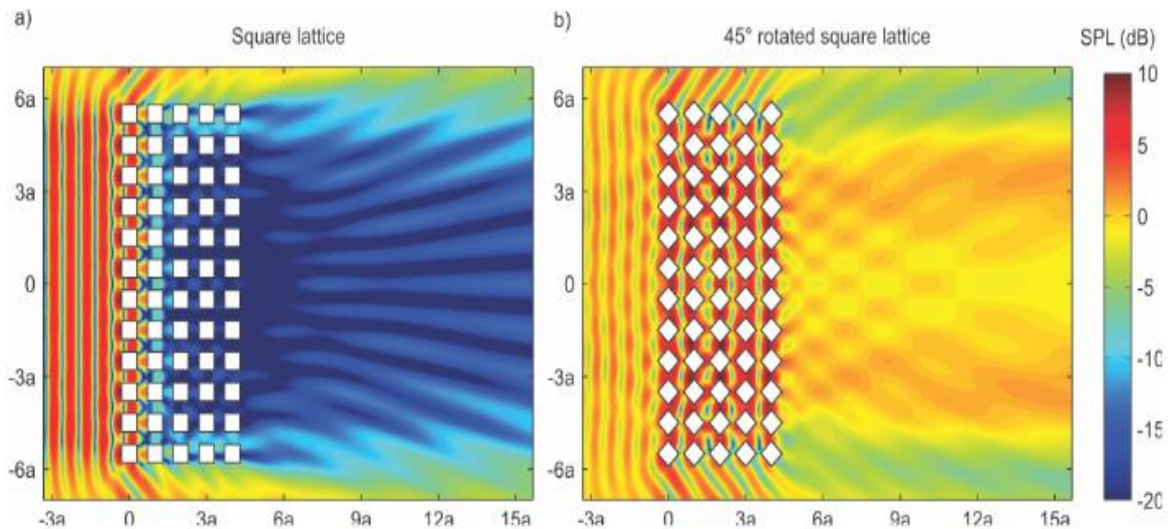
- Definición de la geometría.
- Selección de materiales.
- Selección de una interfaz física adecuada.
- Definición de los límites y condiciones iniciales.
- Creación automática de la malla de elementos finitos.
- Resolución de la física.
- Visualización de los resultados [16].

También es importante mencionar los estudios que realiza el modulo, como son:

- Dominio de frecuencias: este estudio permite calcular la respuesta acústica y el comportamiento en un rango de frecuencia.
- Transitorio: permite calcular el tiempo de vuelo, simular el tiempo de acumulación transitoria, analizar señales acústicas de banda ancha, simular comportamientos no lineales.
- Frecuencia de Eigen: Este estudio permite analizar los modos de vibración y frecuencias de resonancia de espacios y estructuras cerradas, además del factor de calidad Q y el factor de pérdida.
- Análisis de modo: Calcular e identificar modos de propagación y no propagación en guías de onda y conductos [17].

Después de redactar las características de COMSOL y enfocarnos en el módulo acústica, que fue el que se utilizó para el desarrollo de la presente tesis,

presentamos un ejemplo relacionado con las características aproximadas del modelo diseñado. La Figura 2.1, muestra un ejemplo de dispersores cuadrados simulados en el módulo acústica; en la figura (a) se observa el campo de presión acústica de los dispersores cuadrados que va de los -15 a -20 dB y en la figura (b) cuando los dispersores tienen una rotación de  $45^\circ$  la presión acústica va de 0 a 5 dB [18].



**Figura 2.1** Campo de nivel de presión acústica para compuestos acústicos de forma arbitraria con rotación de los dispersores. Campo de nivel de presión de sonido (en dB) para una onda plana con frecuencia de  $a / \lambda = 0.787$  incidiendo desde la izquierda en un cristal sónico compuesto por 5 filas de 12 dispersores cuadrados antes (a) y después (b) realizando una rotación de  $45^\circ$  en cada dispersor [18].

## 2.4 Métodos y estudios numéricos

Los solucionadores y los métodos utilizados para completar los análisis en el software son flexibles y eficientes. Los problemas encontrados en la acústica abarcan muchas decenas de frecuencias. La complejidad computacional puede ser altamente dependiente de la formulación acústica. Como consecuencia, ningún método único o técnica numérica es adecuado para todos los problemas acústicos.

El Módulo de acústica incluye cuatro métodos computacionales diferentes: FEM, BEM, trazado de rayos y dG-FEM, como se describe a continuación. Diferentes tipos de estudios complementan las diferentes formulaciones numéricas para permitir todos los tipos de análisis necesarios. Esto incluye, pero no se limita a, dominio de frecuencia, eigen-frecuencia y modos propios, así como estudios transitorios. Los métodos iterativos permiten modelar grandes problemas multifísicos y de múltiples métodos que pueden involucrar millones de grados de libertad.

A continuación se muestran las características de los tipos de métodos que se pueden utilizar en el módulo acústica.

- FEM
  - Es el método más común y versátil que incluye la discretización de elementos de orden superior.
  - Formulaciones de dominio de frecuencia y de dominio de tiempo implícitas.
  
- BEM
  - Formulación integral de las ecuaciones gobernantes que solo requieren mallas de superficie.
  - Ofrece capacidades multifísicas completas para acoplarse perfectamente a estructuras (sólidos, capas, membranas) y dominios acústicos FEM.
  
- dG-FEM
  - Método dG de tiempo explícito.
  - Técnica eficiente en memoria para simulaciones transitorias de modelos grandes que incluyen muchos millones de grados de libertad
  
- Métodos de rayo
  - Modelo de acústica de alta frecuencia, como para simulaciones de acústica submarina y de sala [13-14].

# **CAPITULO III**

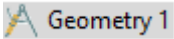
## **Metodología**

Como se mencionó anteriormente, el objetivo del trabajo es diseñar cristales fonónicos para analizar el efecto de la geometría de los dispersores de sonido, la temperatura de ambos componentes, así como el ángulo de incidencia, en sus propiedades acústicas.

Para llevar a cabo el diseño y análisis de los cristales se utilizó la plataforma COMSOL Multiphysics. Los cristales diseñados estuvieron conformados por cilindros de acero inoxidable cuadráticamente dispuestos en una matriz de agua. Se diseñaron 3 tipos de cristales, como se describe más adelante.


### **3.1 Diseño general de los 3 cristales a analizar.**

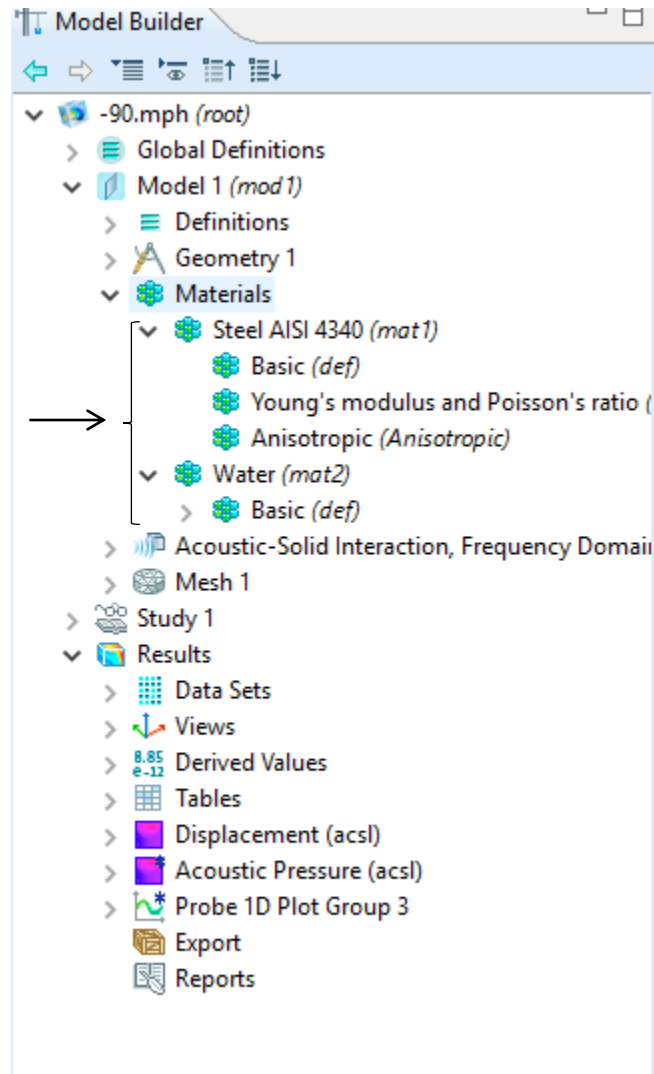
Como se mencionó anteriormente, los cristales a estudiar, fueron generados en la plataforma COMSOL-Multiphysics. A continuación se explicara de forma detallada todos los elementos que se consideraron para el diseño y el análisis de los dispersores en la plataforma. La Figura 3.1 muestra la ventana de inicio de COMSOL y de todo lo que se puede hacer en dicha plataforma.

Debido a los objetivos de la tesis, se diseñaron 3 cristales, el primero, consistió en dispersores triangulares, el segundo con una base romboidal y el tercero con forma elipsoidal. Para el desarrollo de los cristales en la plataforma COMSOL, primero se introduce el diseño de un rectángulo como se observa en la figura 3.1, el cual ayuda a delimitar la caja de simulación. Posteriormente, para el diseño del primer y segundo cristal, se da click en el icono de *geometry*  en este apartado se puede seleccionar la geometría que se desea utilizar, en este caso se dio click en la geometría de un polígono, posteriormente una vez indicada la geometría del dispersor se colocan las coordenadas correspondientes a los vértices del polígono, como lo indica la Figura 3.2.




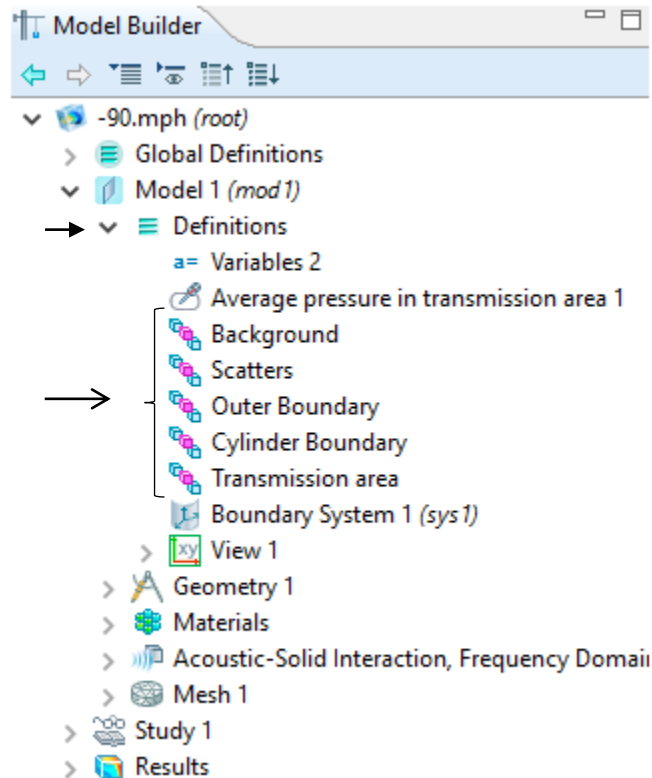


caso es un arreglo de 20x20 dispersores de acero inoxidable sumergidos en una matriz de agua, los materiales y sus propiedades se definen en la subcarpeta *materials*  *Materials* como lo muestra la Figura 3.3, en este apartado se seleccionaron los materiales que se utilizaron, para el caso de los dispersores se seleccionó el acero inoxidable y para la matriz utilizada el líquido fue agua.



**Figura 3.3.** Subcarpeta *materials*.


De acuerdo con las características que debe de llevar el dispersor para poder realizar las simulaciones se deben definir ciertas condiciones las cuales se muestran en la Figura 3.4 en la carpeta *definitions*  *Definitions* .



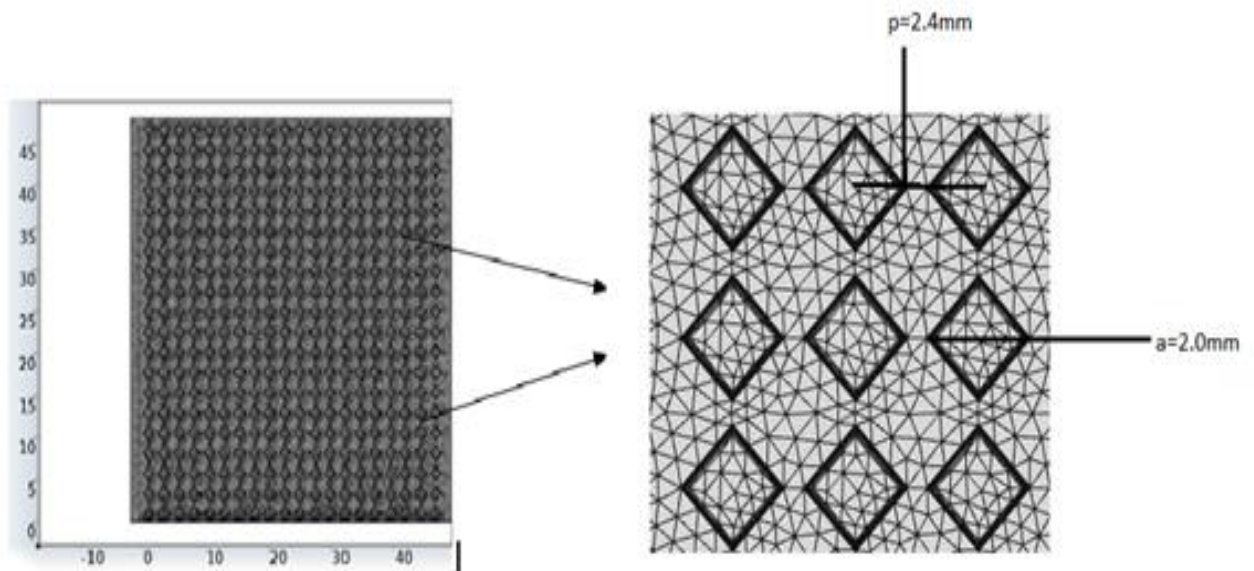
**Figura 3.4.** Subcarpeta *definitions*, en esta parte se agregan las variables utilizadas para la visualización y el análisis del dispersor.

Es necesario revisar las condiciones para corroborar que todos los dispersores estén incluidos, así como para visualizar que el fluido de la matriz no incluya al dispersor, es decir revisar los límites de cada uno.


### 3.1.1 MALLADO.

Una vez realizado el modelo físico del cristal a simular, el siguiente paso consiste en establecer el mallado  *Mesh 1* para la posterior simulación del mismo. La elaboración del mallado es la última etapa previa a la resolución del modelo y de ello dependerán los resultados que se obtendrán y el tiempo de cómputo; esto se

debe al hecho de que el mallado determina las subdivisiones que se harán en el modelo, esencialmente los elementos finitos, de acuerdo con la teoría de FEM. Cabe destacar que entre más pequeños sean los elementos del mallado, mayor será el tiempo de cómputo. En el presente trabajo, de manera general, el mallado que se definió fue el mismo para los 3 cristales diseñados.

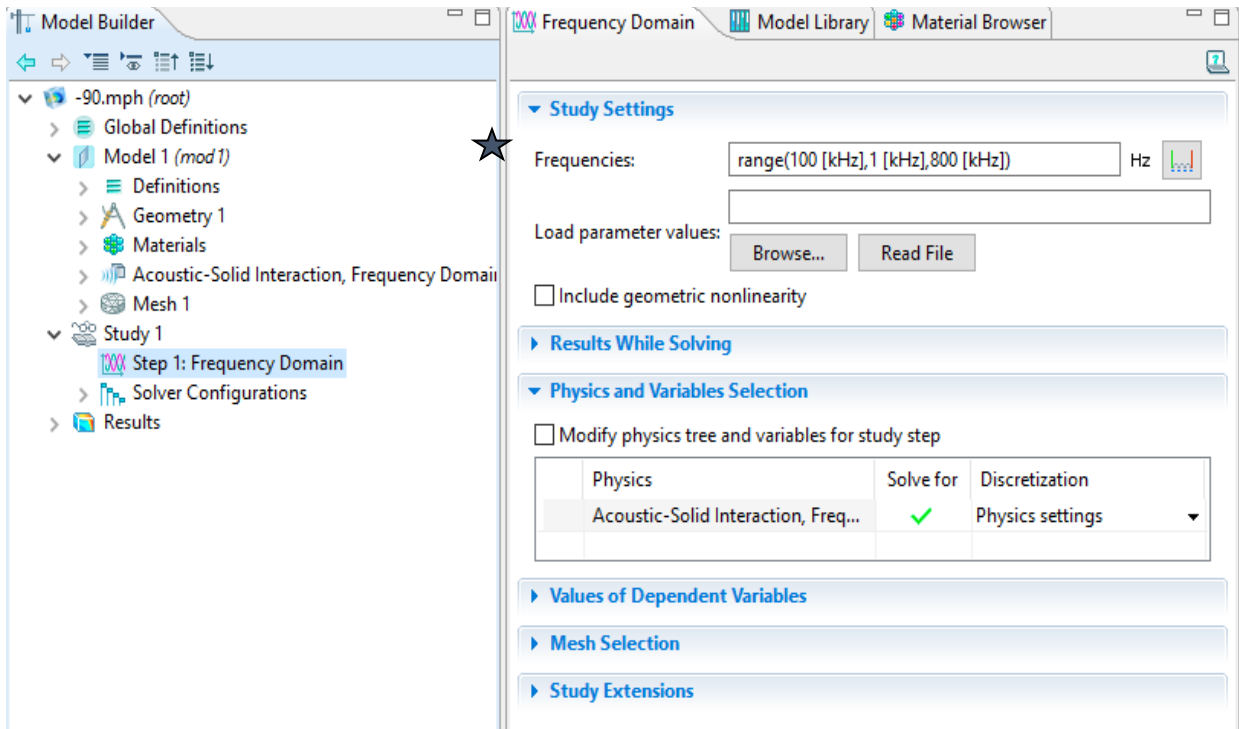


**Figura 3.5.** Arreglo de rombos (20x20) cuyo ancho es de  $a=2\text{mm}$  y un parámetro de red de  $p=2.4\text{mm}$ .

Posteriormente antes de comenzar con las simulaciones se define la temperatura y el ángulo de incidencia en la subcarpeta *acoustic*  *Acoustic*, para este trabajo la temperatura que se mantuvo fue de  $20^{\circ}\text{C}$  y el ángulo fue el que se modificó de  $-90$  a  $90$  con un intervalo de  $10$  grados.

Después de realizar todo el proceso para el diseño del cristal se prosigue a la última parte antes de realizar la simulación, es decir en este apartado se define la frecuencia con la que se va a simular que en este caso es de  $100$  a  $800$  kHz, este dato se define en la carpeta *study* como lo muestra la Figura 3.6, finalmente si

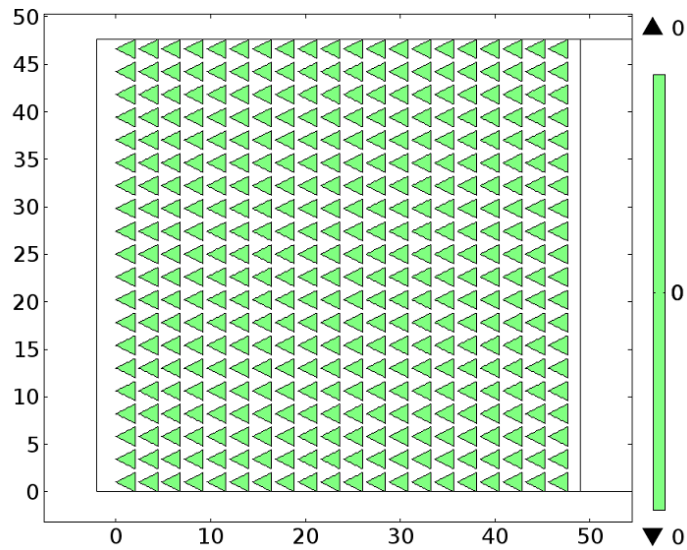
todas las variables ya se encuentran definidas se le da clic en el icono (=) *Compute* para generar la simulacion.



**Figura 3.6.** Carpeta *Study*, en esta seccion se define el rango de frecuencias con las que se va a realizar la simulación.

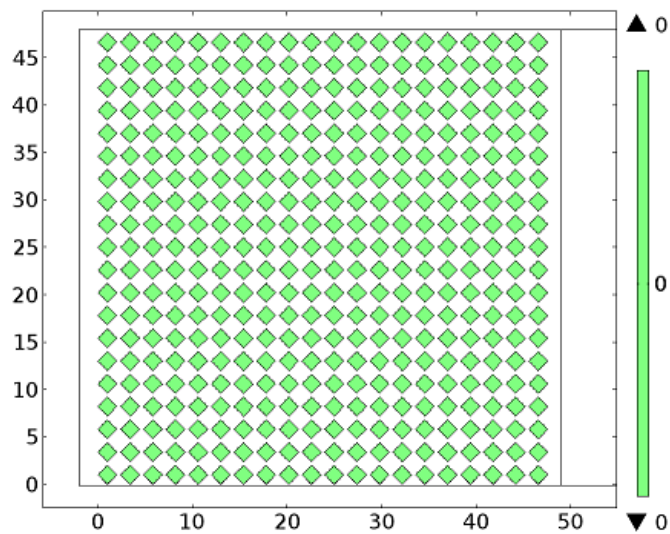
### 3.2 Geometría de los dispersores

Todo este procedimiento se realizó para el diseño de los 3 cristales a estudiar, el primer cristal a estudiar, mostrado en la Figura 3.7, consiste de un arreglo de 20x20 dispersores de sonido de acero inoxidable con una base triangular, cuyos lados son de 2 mm, y un parámetro de red de 2.4 mm (distancia entre en centro de un dispersor y el contiguo en ambos ejes X y Y), es decir se tiene un cristal de aproximadamente 48x48 mm, inmersos en una matriz de agua.



**Figura 3.7.** Arreglo de 20x20 de triángulos de acero inoxidable inmersos en una matriz de agua.

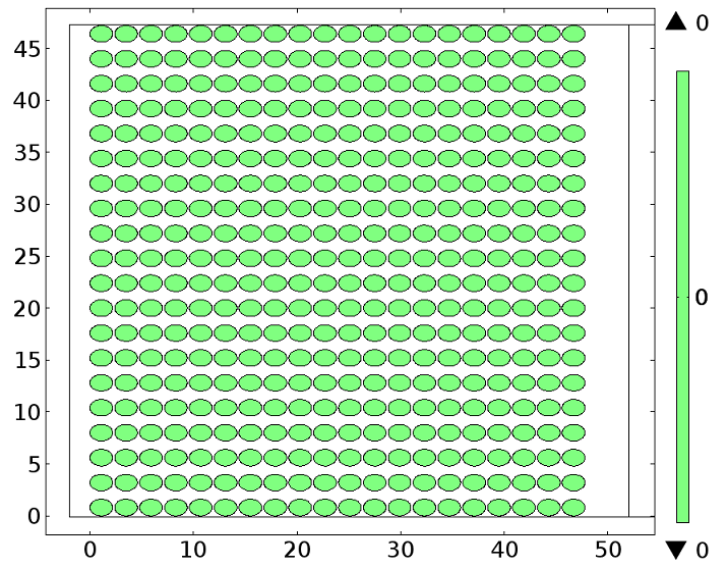
El segundo cristal consiste de una base de rombos, como se muestra en la Figura 3.8, de 2 mm de ancho, con un parámetro de red de 2.4 mm, similar al cristal de la Figura 3.7.



**Figura 3.8.** Arreglo de 20x20 con una base de rombos de acero inoxidable inmersas en una matriz de agua.

El tercer cristal que se estudió, está compuesto por dispersores del mismo material, pero con una base elíptica, como se describe en la Figura 3.9 con lado

mayor de 2.2 mm lado menor de 1.6 mm, separados en el eje X por 2.6 mm y 2 mm en el eje Y, esto dio como resultado un cristal de 52x40 mm.

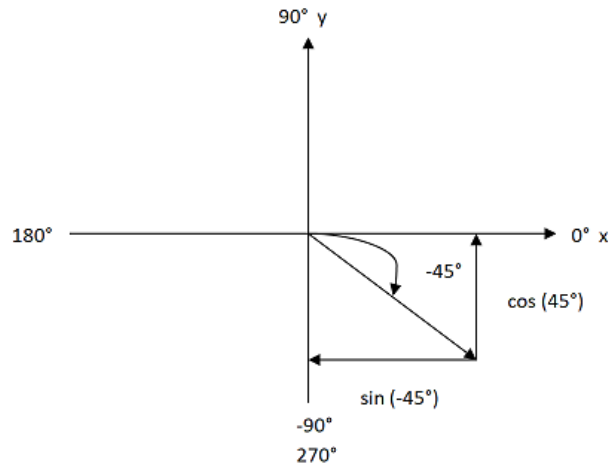


**Figura 3.9.** Arreglo de 20x20 dispersores con base de elipse de acero inoxidable inmersas en una matriz de agua.



Los espectros de transmisión de los 3 cristales, se obtuvieron en un rango de 100 a 800 kHz, con el objetivo de identificar las bandas de transmisión y el band gap caracterizando a cada cristal. Dichas simulaciones se llevaron a cabo a 20 °C y un ángulo de incidencia de las ondas de ultrasonido de 0 grados.

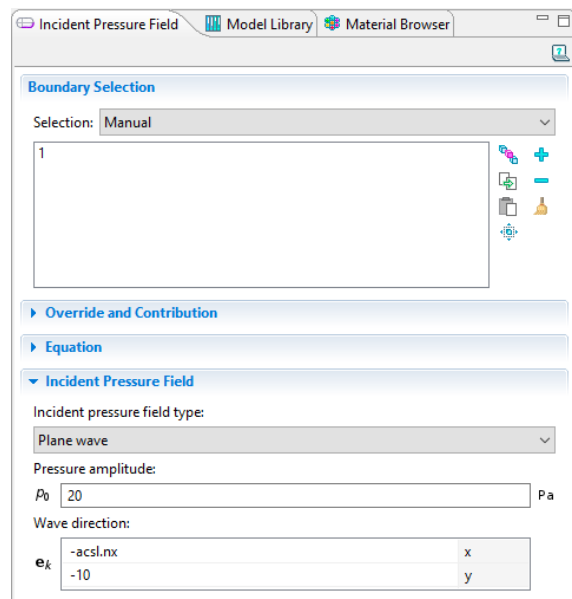
### 3.3 Efecto del ángulo de incidencia

Después de realizar esta prueba, en la cual solo se modificó el ángulo en el eje  $y$ , se observó en la gráfica que no hubo un cambio notorio en la incidencia de la onda, posteriormente se hizo un análisis de una relación de senos y cosenos como lo muestra la figura 3.10, con el objetivo de corroborar que se debían cambiar los ángulos en los dos ejes debido a que se tienen que obtener las dos componentes  $x$  y  $y$ , para realizar la incidencia de la onda.



**Figura 3.10** Relación de senos y cosenos.

Una vez realizado este análisis se continuó con el proceso de simulación, ahora modificando los dos valores en  $x \wedge y$ , dando click en la subcarpeta  Acoustic- en la sección  Plane Wave Radiation 1 como lo muestra la Figura 3.11; con este análisis se pudo realizar la simulación de manera adecuada mostrando un pequeño corrimiento en los espectros que se obtuvieron.



**Figura 3.11.** Subcarpeta *plane wave*, en esta parte se define el ángulo de incidencia.



Para cada cristal, se analizaron los ángulos de  $-90^\circ$  a  $90^\circ$ , en intervalos de  $10^\circ$ , en el mismo intervalo de frecuencias.

### 3.4 ANALISIS DEL EFECTO DE LA TEMPERATURA.

Para poder realizar este proceso se utilizaron los 3 cristales que se diseñaron en la sección anterior, como se había mencionado en el análisis de la temperatura, es necesario modificar la densidad y la velocidad del sonido. Después de tener los cristales diseñados se mantuvo el ángulo de incidencia de la onda de 0 grados y posteriormente se fue modificando la densidad del acero y la velocidad del sonido del agua, así como las temperaturas que en este caso fueron de 20, 40, 60 y 80  $^\circ\text{C}$ .

Es importante mencionar que las propiedades del acero y del agua que se consideraron fueron la temperatura, densidad y la velocidad del sonido, las cuales se encuentran en las tablas 1 y 2. En este apartado también es necesario recordar que la velocidad del sonido y la densidad del agua, así como la velocidad del sonido del acero se obtuvieron de la literatura consultada, pero la densidad del acero se calculó con la ecuación de densidad del acero a  $20^\circ\text{C}$   $\rho = \rho_t[1 + \gamma(t - 20)]$ , [1]. Tras realizar un despeje simple, se obtiene  $\rho_t = \frac{\rho}{1 + \gamma(t - 20)}$ , en donde  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ , es la densidad del acero a  $20^\circ\text{C}$ ,  $\gamma$  es el coeficiente de expansión a  $20^\circ\text{C}$  igual a  $1.73 \times 10^{-5}$ ,  $t$  es la temperatura a la que desea obtener la densidad ( $\rho_t$ ), por ejemplo si necesitamos calcular la densidad del acero a  $40^\circ\text{C}$ , se sustituyen los datos que se conocen en la ecuación antes mencionada [19].

$$\rho_t = \frac{\rho}{1 + \gamma(t - 20)}$$

$$\rho_t = \frac{7850}{1 + 0.0000173(40 - 20)}$$

$$\rho_t = \frac{7850 \text{ kg/m}^3}{1.000346} = 7847.28 \text{ kg/m}^3$$

Los valores obtenidos del cálculo, se pueden observar en la tabla 2.

**Tabla 3.1.** Propiedades del material usado para definir el fluido.

AGUA		
Temperatura °C	Velocidad del sonido (m/s)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )
20	1481	997
40	1526	
60	1552	
80	1555	

**Tabla 3.2.** Propiedades del material usado para definir los dispersores.

ACERO INOXIDABLE		
Temperatura °C	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Velocidad del sonido (m/s)
20	7850	5740
40	7847.28	
60	7844.57	
80	7841.86	

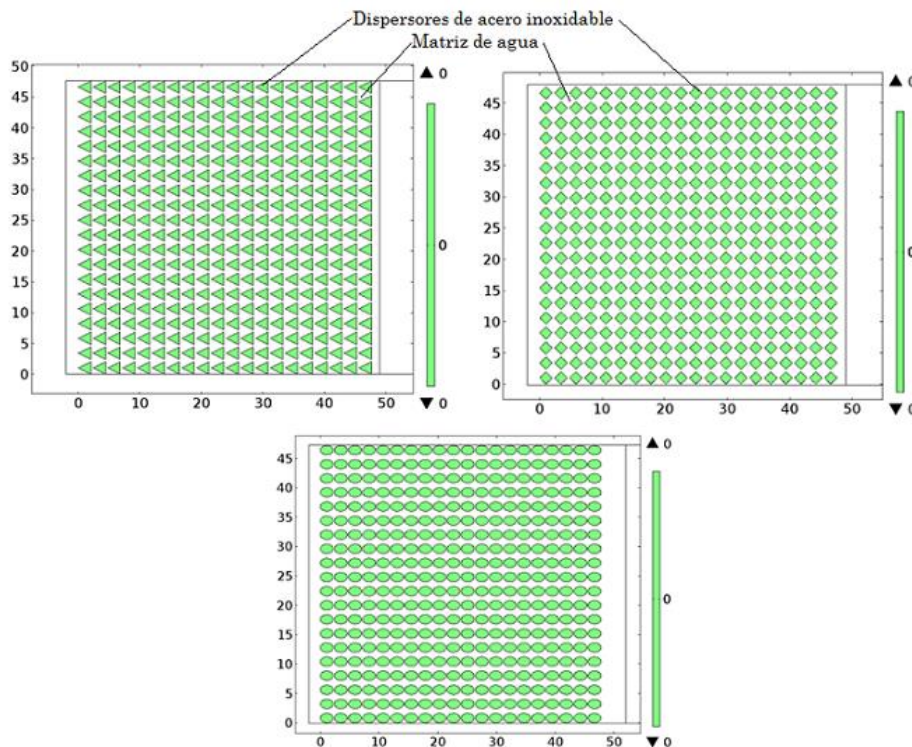
## **CAPITULO IV**

### **ANALISIS DE RESULTADOS**

A continuación, se describen los resultados obtenidos, iniciando con el efecto de la geometría de los dispersores conformando al cristal fonónico (Sección 4.1) y el ángulo de incidencia (4.2) y el efecto de la temperatura (4.3).

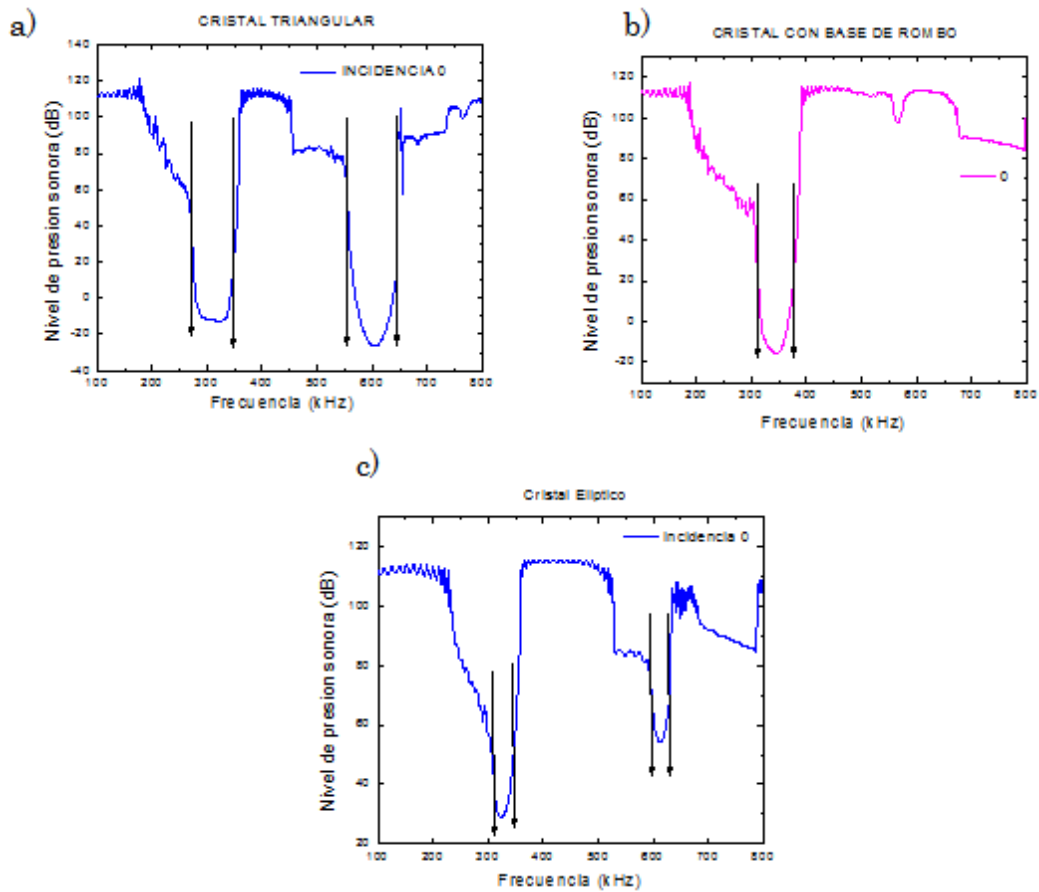
#### 4.1 Efecto de la geometría de los dispersores

Como se mencionó en la sección anterior, se diseñaron 3 cristales fonónicos, conformados por dispersores de sonido de acero inoxidable, inmersos en una matriz de agua. En el primer cristal, los dispersores tuvieron forma triangular, como se muestra en la Figura 4.1-(a), siendo poligonales y elipsoidales para los dos restantes, 4.1-(b) y 4.1-(c), respectivamente. Así mismo, se ha indicado que en los primeros dos, los dispersores están cuadráticamente dispuestos en la matriz de agua, con un parámetro de red de 2.4 mm en ambos ejes X y Y, mientras que en el tercero, éste fue 2.6 mm en el eje X y 2 mm en el eje Y.



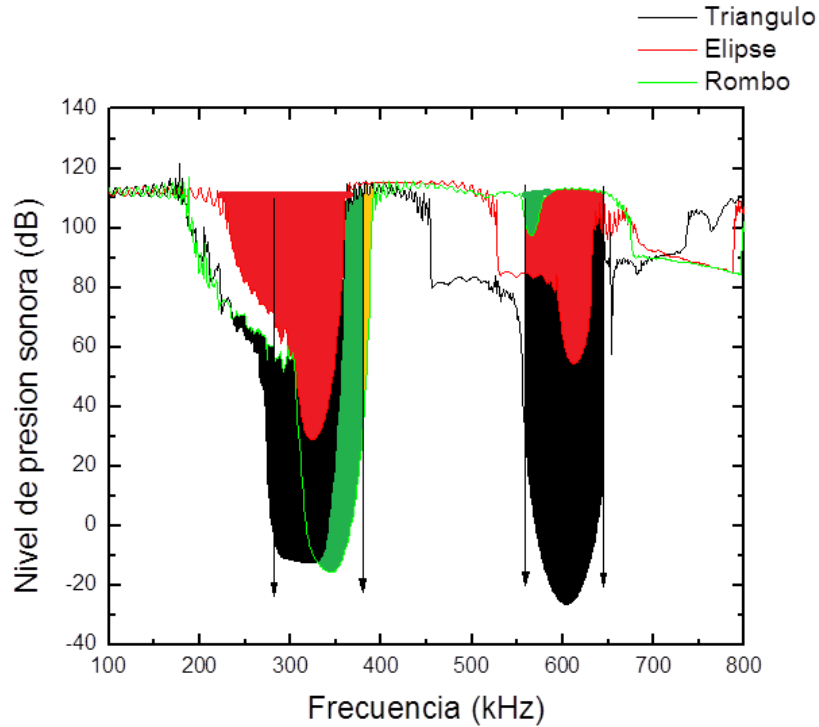
**Figura 4.1** Diagrama de los cristales fonónicos diseñados en COMSOL, arreglos de 20x20 dispersores de acero inoxidable inmersos en una matriz de agua.

La Figura 4.2, contiene los espectros de transmisión de los 3 cristales, obtenidos a una temperatura de 20 °C y un ángulo de incidencia de 0 grados, tal como se describió en el capítulo anterior. Los espectros de transmisión se obtuvieron entre 100 y 800 kHz. Puede observarse en la Figura 4.2-a), que el cristal con dispersores triangulares presenta dos bandas prohibidas; la primera, localizada entre 270 y 340 kHz, mientras que la segunda se ubica entre 550 y 640 kHz. Las frecuencias localizadas fuera de ambos rangos, conforman las bandas de transmisión caracterizando al cristal.



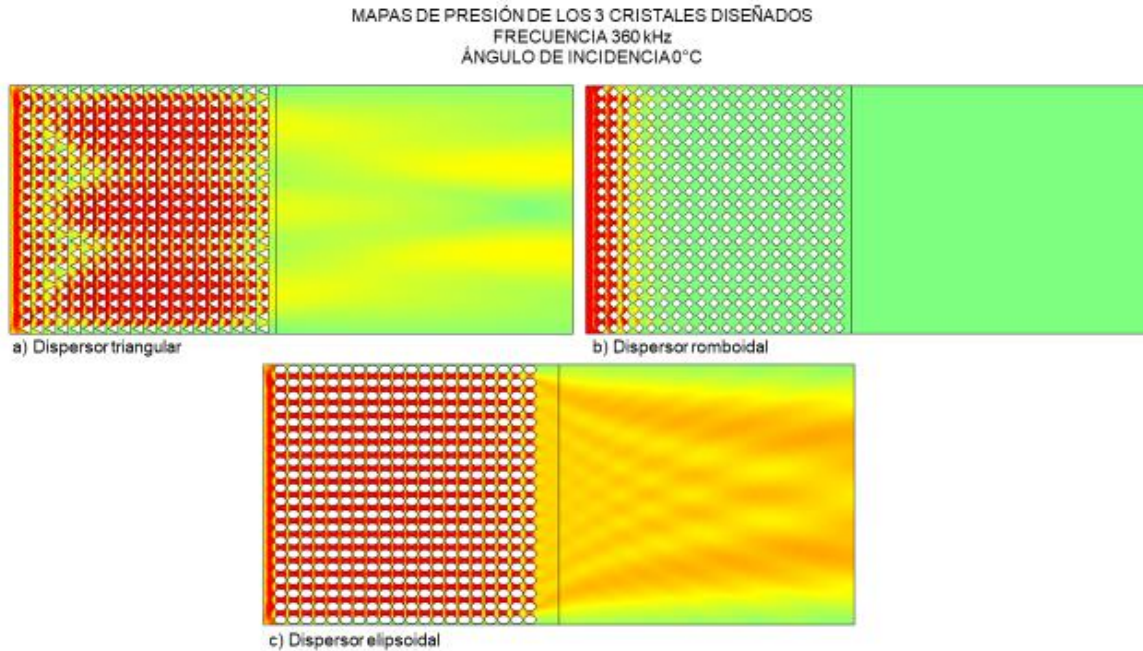
**Figura 4.2** Espectros de transmisión de los cristales diseñados con un ángulo de incidencia de 0°.

En el caso del cristal con dispersores en forma de rombo (Figura 4.2-b)), solo se aprecia una banda prohibida, localizada aproximadamente entre 300 y 390 kHz. Y por último en la figura 4.2-c), se presenta el espectro del cristal con una base en forma de elipse en el cual se observan 2 bandas prohibidas, la primera se encuentra en el rango de frecuencias de 300 a 350 kHz y la segunda se ubica entre 600 y 630 kHz. La figura 4.2.1 muestra los espectros de transmisión de los 3 cristales; en esta figura se observan de manera más detallada las bandas prohibidas de cada uno y los intervalos de frecuencia a las que se encuentran, claramente, se puede visualizar que los espectros son diferentes. El sombreado negro, corresponde a los *bandgaps* de los dispersores triangulares, siendo los rojos para la elipse y el verde para el rombo. Puede apreciarse que la primera banda de paso se superpone en los 3 casos, sin embargo, en el caso de los dispersores elípticos, las regiones de frecuencia donde disminuye la intensidad de la transmisión, *bandgaps*, no es cero en ningún caso, por lo que en un esquema de estructura de bandas, podrían asumirse como *bandgaps* incompletos. Estos resultados, claramente establecen que la geometría de los dispersores, repercuten en las propiedades de transmisión, debido esencialmente a la distribución de energía acústica al interior del cristal, como se muestra en los resultados siguientes.



**Figura 4.2.1** Comparación de los espectros de transmisión de los 3 cristales diseñados.

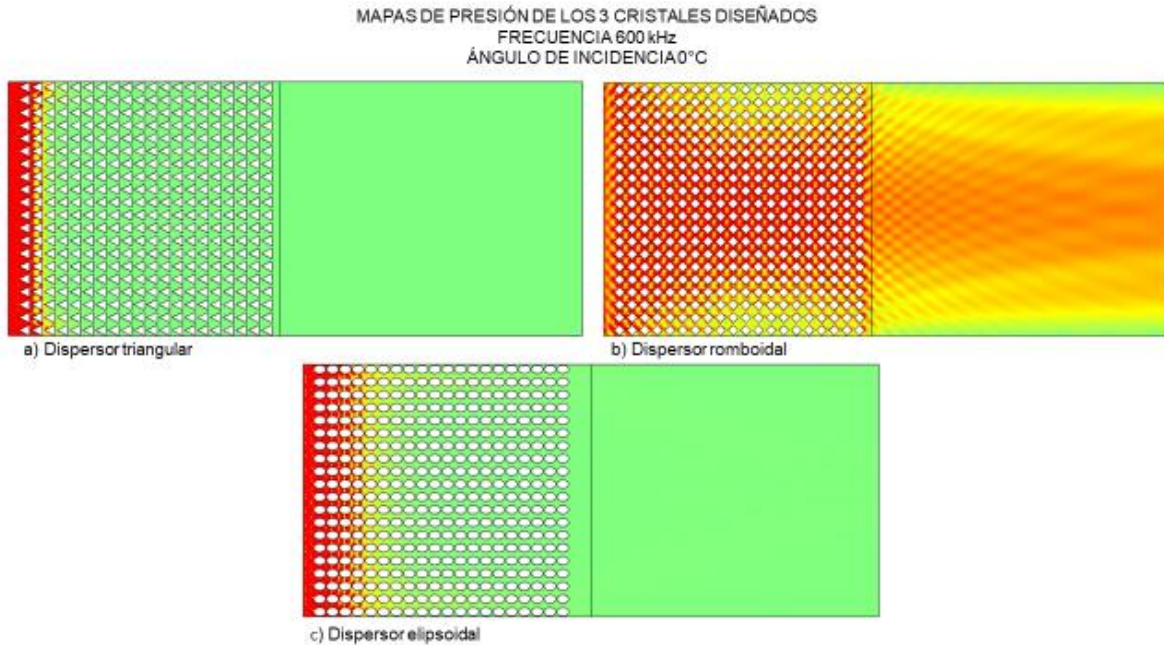
La Figura 4.3, contiene los mapas de presión de los 3 cristales diseñados, a una frecuencia de 360 kHz. Puede observarse que en los cristales con dispersores triangulares (a) y elípticos (c) la onda de ultrasonido se propaga perfectamente, esto es posible debido a que a la frecuencia seleccionada, para estos dispersores el *bandgap* va desapareciendo, como puede observarse en la Figura 4.2.1. El caso contrario sucede con el dispersor romboidal en el que a la frecuencia seleccionada su *bandgap* aún se encuentra presente, por lo tanto un factor importante que modifica la propagación de las ondas ultrasónicas es la geometría de los dispersores.



**Figura 4.3** Mapas de presión de los 3 cristales diseñados a) dispersor triangular, b) dispersor romboidal y c) dispersor elíptico, con un ángulo de incidencia de 0°C y frecuencia de 360 kHz.

Un ejemplo similar, se muestra en la Figura 4.4, pero ahora para la frecuencia de 600 kHz, como se puede observar para esta frecuencia el dispersor romboidal (b) tiene una propagación perfecta de la onda de ultrasonido, caso contrario ocurre con los dispersores triangulares (a) y elípticos (c) en donde el cristal se vuelve absorbente para la misma frecuencia, para el dispersor triangular lo hace para los primeros 5 periodos y para el elíptico para los primeros 10 periodos. Los dispersores romboidales son por lo tanto, transparentes a la frecuencia de 600 kHz, pero no a la de 360 kHz, mientras que lo son para 360 kHz, mas no para 600 kHz, remarcando de ese modo, el efecto de la geometría del dispersor en las propiedades acústicas de los cristales fonónicos analizados.





**Figura 4.4** Mapas de presión de los 3 cristales diseñados a) dispensor triangular, b) dispensor romboidal y c) dispensor elíptico, con un ángulo de incidencia de 0°C y frecuencia de 600 kHz.

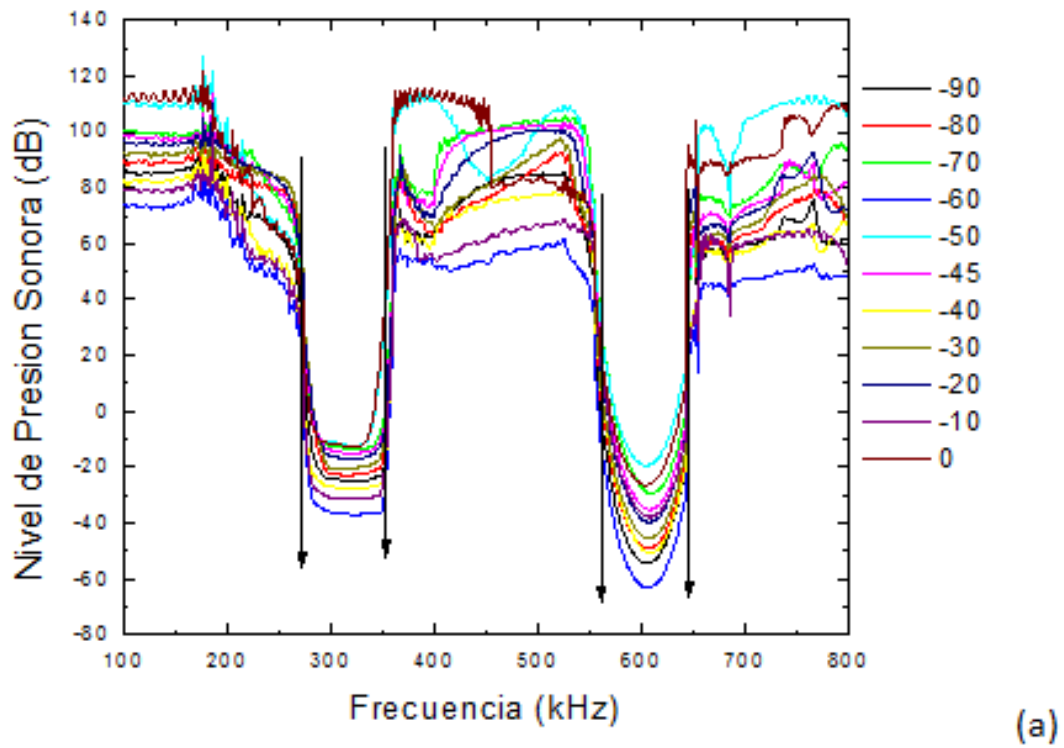
## 4.2 Efecto del ángulo de incidencia

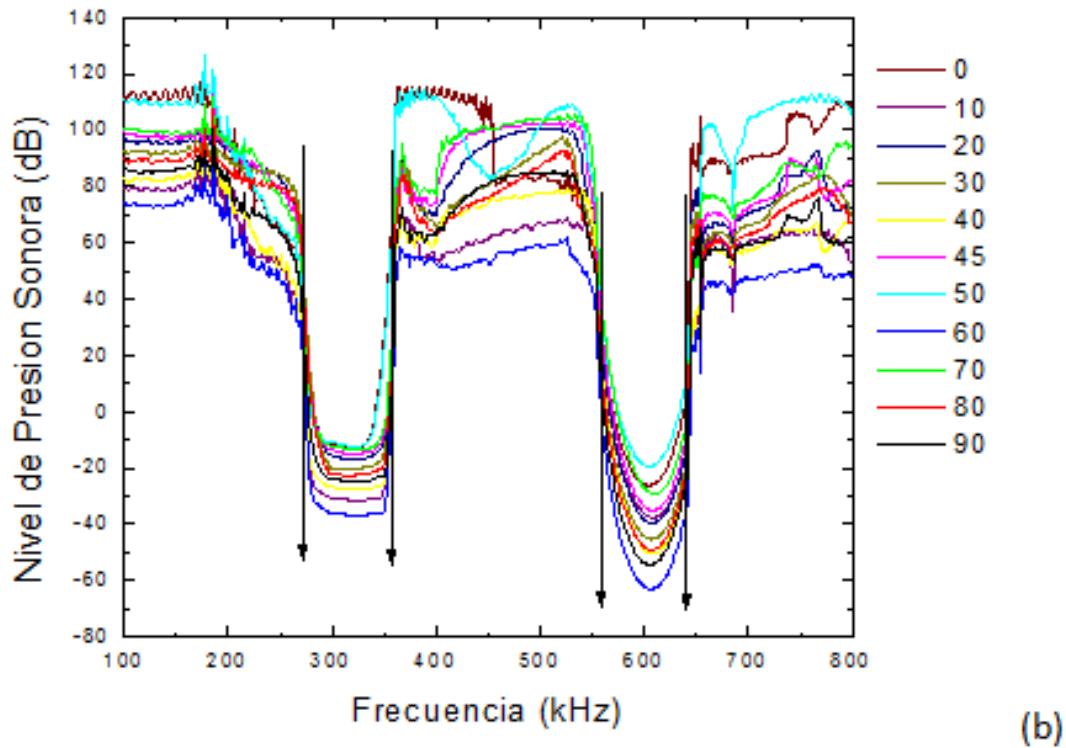
El ángulo de incidencia de las ondas de ultrasonido que alcanzan al cristal fonónico, se pudieron controlar al modificar la información física del modelo acústico y es similar a controlar la polarización de ondas electromagnéticas. En éste caso, para los 3 cristales, se mantuvo el arreglo de 20x20 dispersores inmersos en una matriz de agua, como lo muestra la Figura 4.1. Así mismo, se mantuvo una temperatura de 20 °C mientras que el ángulo de incidencia se modificó de -90° a 90°, en intervalos de 10 grados.

### 4.2.1 Dispersores triangulares

En la Figura 4.5-(a), se muestran los espectros del cristal fonónico con dispersores triangulares, variando el ángulo de incidencia de 0 a -90 grados, en donde se

visualizan las dos bandas prohibidas y de transmisión, identificadas en la Figura 4.2.1. Puede apreciarse que las bandas prohibidas son ligeramente modificadas, mientras que las bandas de transmisión presentan diferencias significativas en su intensidad, manteniéndose, en ambos casos el intervalo observado en la Figura 4.1-(a).



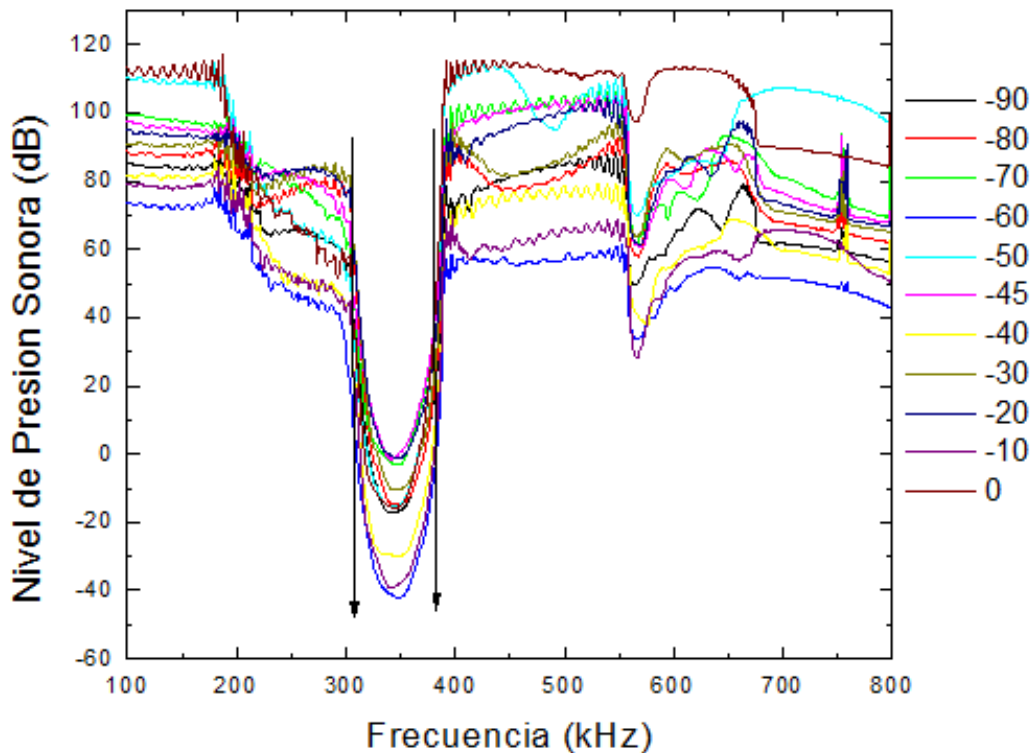


**Figura 4.5** Espectros de transmisión de -90 a 0 grados (a) y de 0 a 90 grados (b), del cristal fonónico con base triangular.

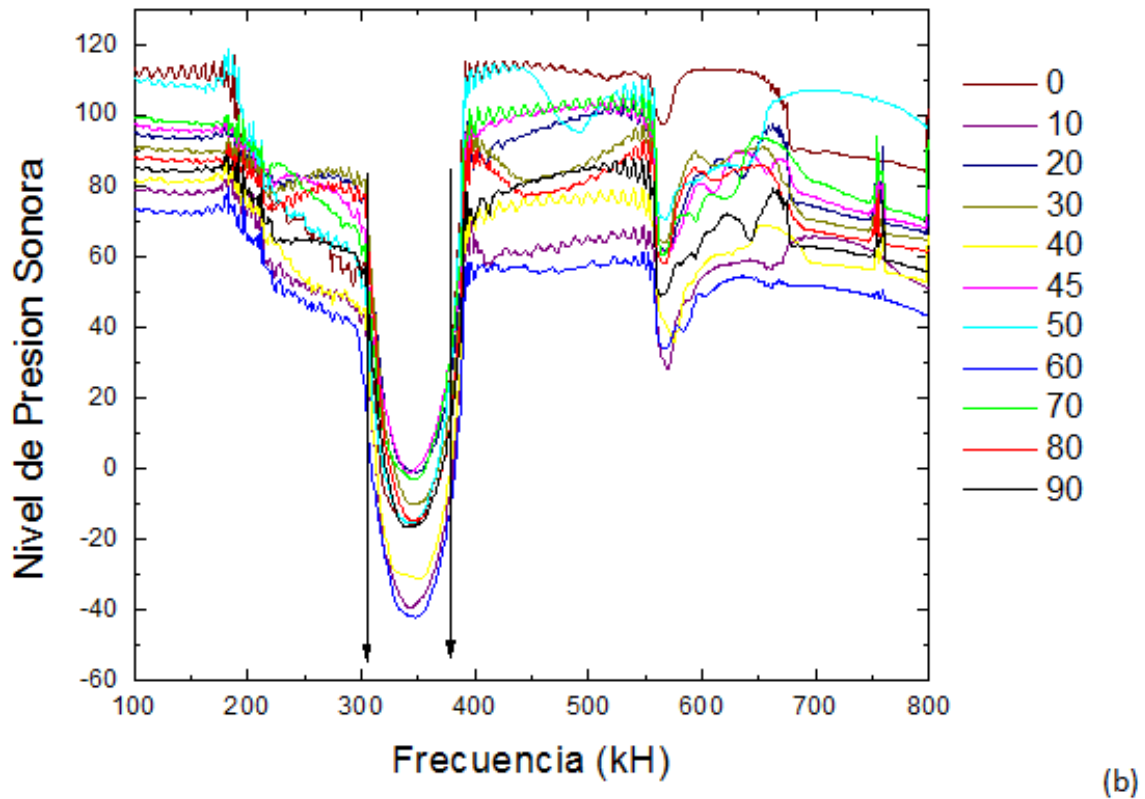
Cabe mencionar que el comportamiento del espectro no tiene una secuencia, es decir a pesar de que los ángulos varían en intervalos de 10 grados, los espectros no siguen un patrón asociado. Un ejemplo se puede observar en el espectro de -50 grados, la línea de color azul turquesa, en el que se aprecia un nivel de presión sonora más alta, contrario al ángulo de incidencia de -60 grados en el que tiene un nivel de presión sonora menor. La Figura 4.5-(b) contiene los espectros de 0 a 90 grados pero ahora con un valor positivo, como se observan las dos graficas muestran los mismos espectros, esto se debe a que al incidir las ondas con diferentes ángulos, su comportamiento es el mismo en ángulos complementarios, debido a la simetría.

#### 4.2.2 Dispersores romboidales

Después de analizar los espectros del cristal con base triangular, en el que se pueden observar dos bandas prohibidas, ahora se analizan los espectros del cristal con base de rombo. En la figura 4.6-(a) se muestran los espectros de transmisión con un ángulo de incidencia de 0 a -90 grados, mientras que en 4.6-(b) se observan los espectros de 0 a 90 grados; en ambas figuras se puede apreciar una banda prohibida que se encuentra entre las frecuencias de 300 a 400 kHz. Es importante mencionar que la banda prohibida es ligeramente modificada, mientras que sus bandas de transmisión presentan cambios importantes en su nivel de presión sonora. De lo anterior se podría decir que las bandas prohibidas y los espectros de transmisión cambian al modificar la geometría de los dispersores a pesar de que los dos son polígonos y tienen características semejantes, las ondas inciden de manera diferente.



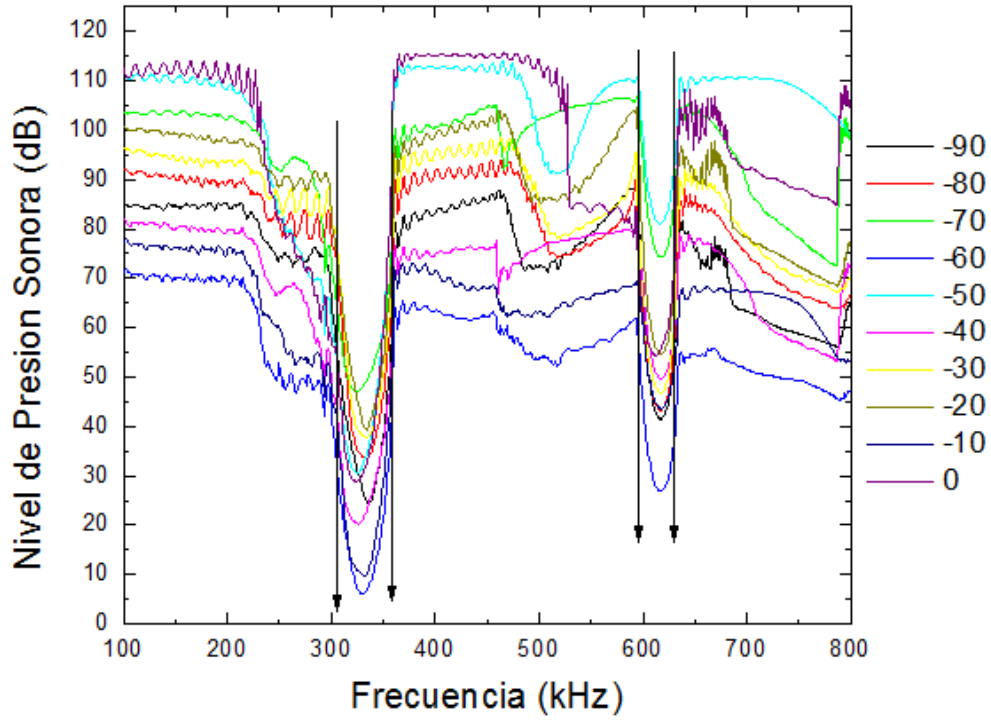
(a)



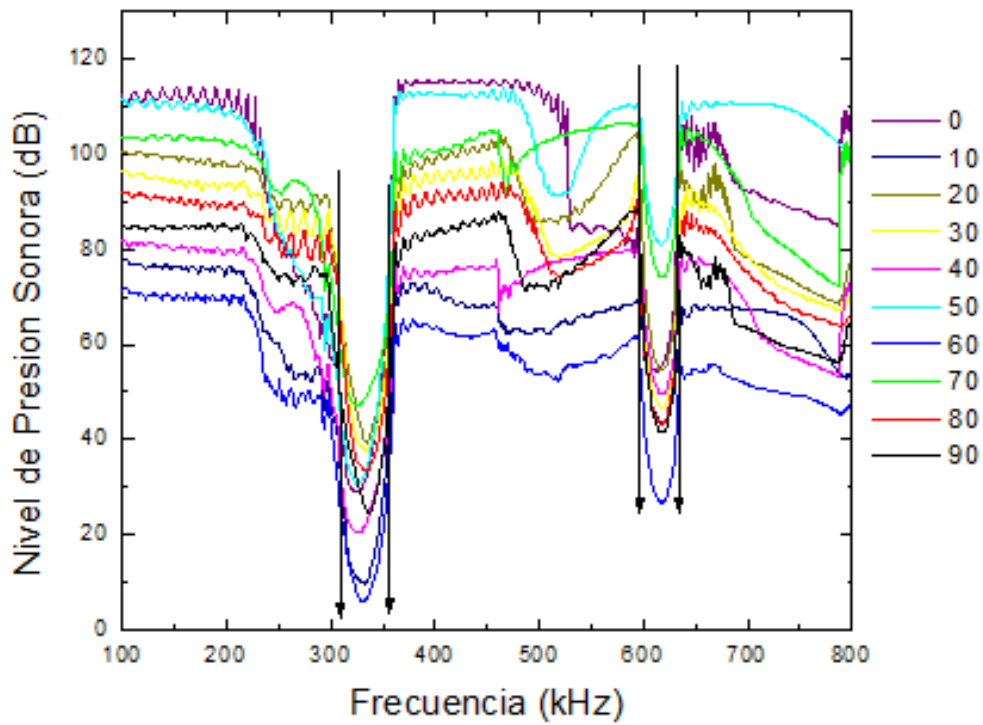
**Figura 4.6** Espectros de transmisión de -90 a 0 grados (a) y de 0 a 90 grados (b), del cristal fonónico con base de rombo.

#### 4.2.3 Dispersores elípticos

Al modificar la geometría del dispersor, se puede observar un cambio en la segunda banda prohibida, como se describió en la Figura 4.3 se visualizan dos bandgap, si existe una diferencia en el tamaño de la segunda banda, para este cristal la primer banda prohibida se encuentra entre las frecuencias de 300 a 350 kHz, mientras que su segunda banda se encuentra en las frecuencias de 600 a 650 kHz. De los bandgaps obtenidos una diferencia importante sería en el ancho (intervalo de frecuencias) y en lo largo (nivel de presión sonora) de las bandas obtenidas, es importante mencionar que en los dos casos su nivel de presión sonora no es cero, lo cual se podría decir que son bandgaps incompletos.



(a)



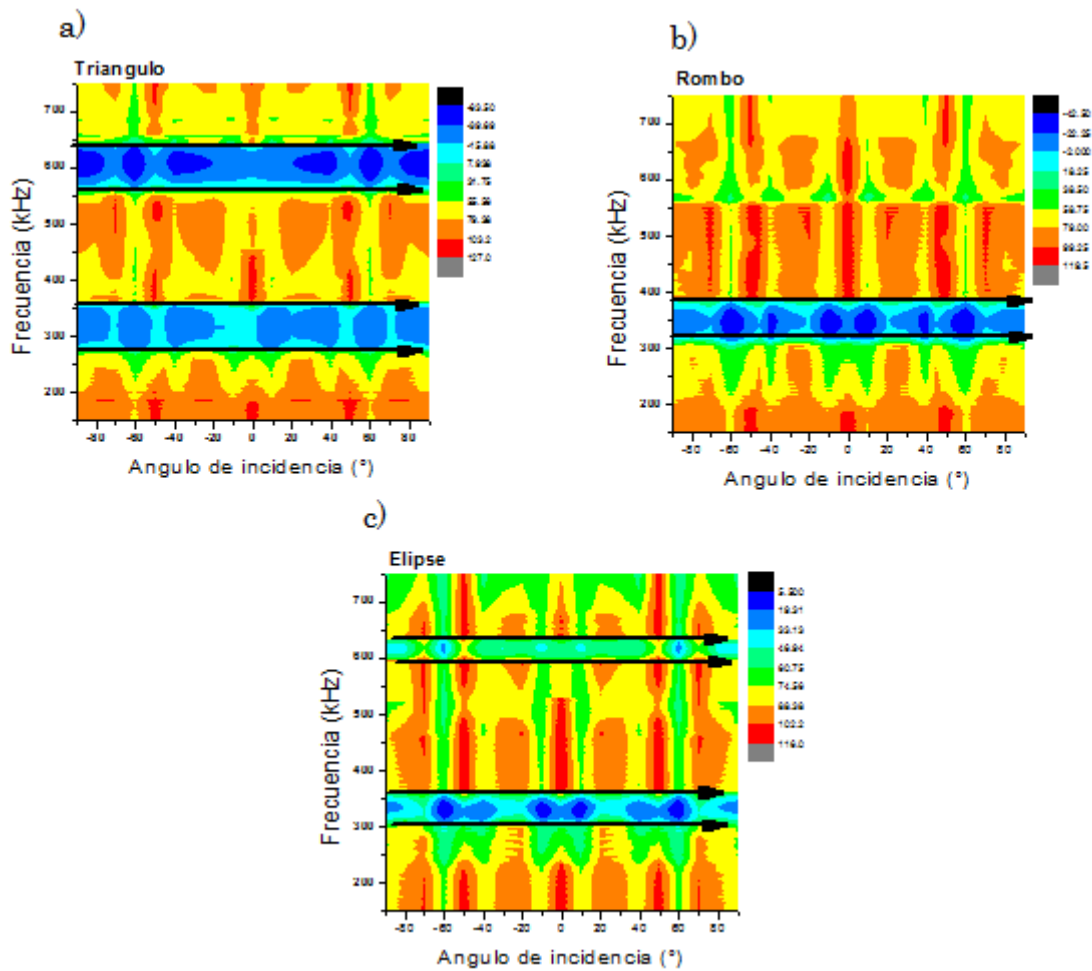
(b)

**Figura**

4.7. Espectros de trasmisión del cristal fonónico elíptico con un ángulo de incidencia de

(a) -90 a 0 °C, (b) 0 a 90 °C.

Como se puede observar en las figuras 4.7 (a) y 4.7 (b) se muestran los espectros del cristal fonónico elíptico en el cual se visualiza un pequeño corrimiento entre cada espectro, es importante mencionar que como en el caso anterior el espectro con mayor nivel de presión es el que tiene un ángulo de incidencia de -50 grados y lo mismo ocurre con el espectro del ángulo de incidencia de 50 grados, también es de gran interés recordar que los espectros son los mismos para ángulos positivos que para ángulos negativos.

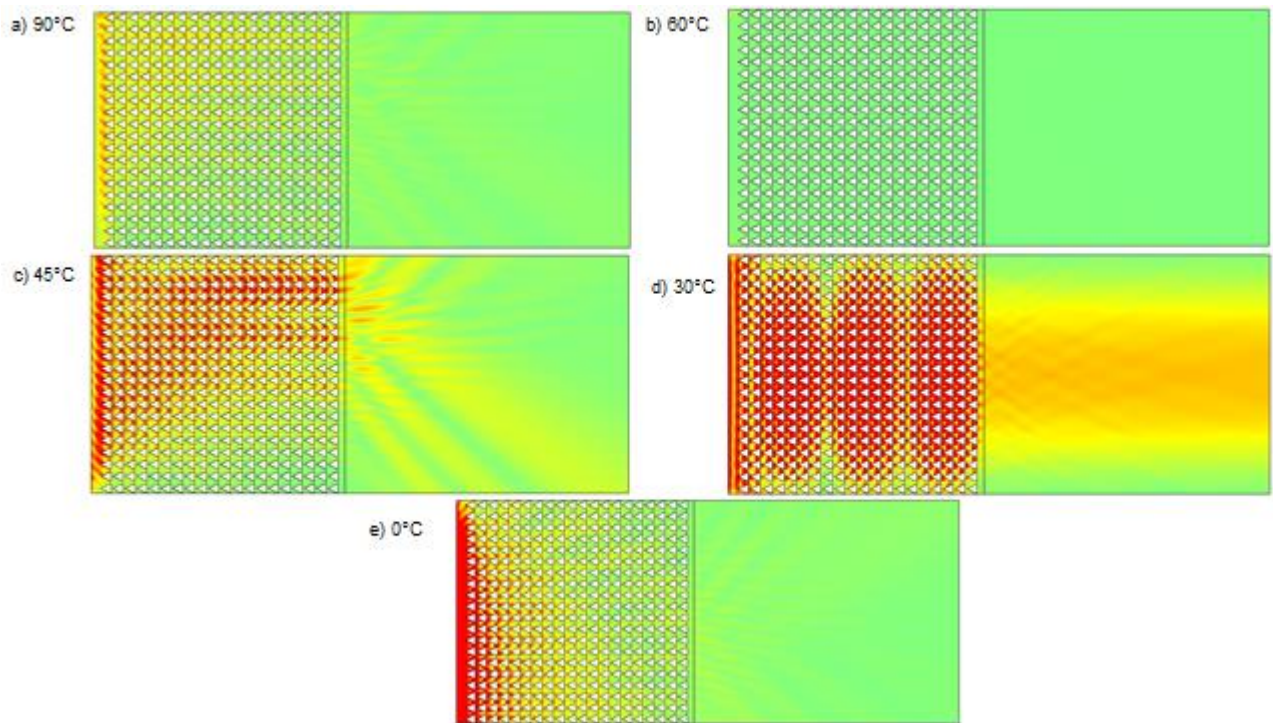


**Figura 4.8** Gráfico de colores de los cristales fonónicos, en función de la frecuencia y de sus ángulos de incidencia (a) dispersores triangulares, (b) dispersores con base de rombo, (c) dispersores elípticos.

Después de realizar el análisis de las gráficas con los espectros de transmisión para cada cristal, se obtuvieron los gráficos de colores, los cuales nos muestran de una manera más detallada la intensidad transmitida para cada cristal, dependiendo del ángulo de incidencia. La Figura 8 contiene dichos gráficos, siendo el eje X el ángulo de incidencia y Y la frecuencia de las ondas incidentes; la barra de colores corresponde a la intensidad (el color rojo indica el máximo de intensidad, mientras que el azul corresponde al mínimo). La figura 4.8-a) muestra el gráfico de colores del cristal fonónico con base triangular, en el cual se pueden observar las bandas prohibidas antes mencionadas lo mismo ocurre con la Figura 4.8-b) y con la Figura 4.8-c), en las que ambas se observan el band gap que se mencionó en los espectros anteriores. Puede observarse una dependencia de la intensidad de las bandas de transmisión al modificar el ángulo de incidencia, sin embargo, los bandgaps no experimentan alteraciones considerables en su ancho, pero sí en su intensidad, aunque no son comparables a las observadas en las bandas de transmisión.

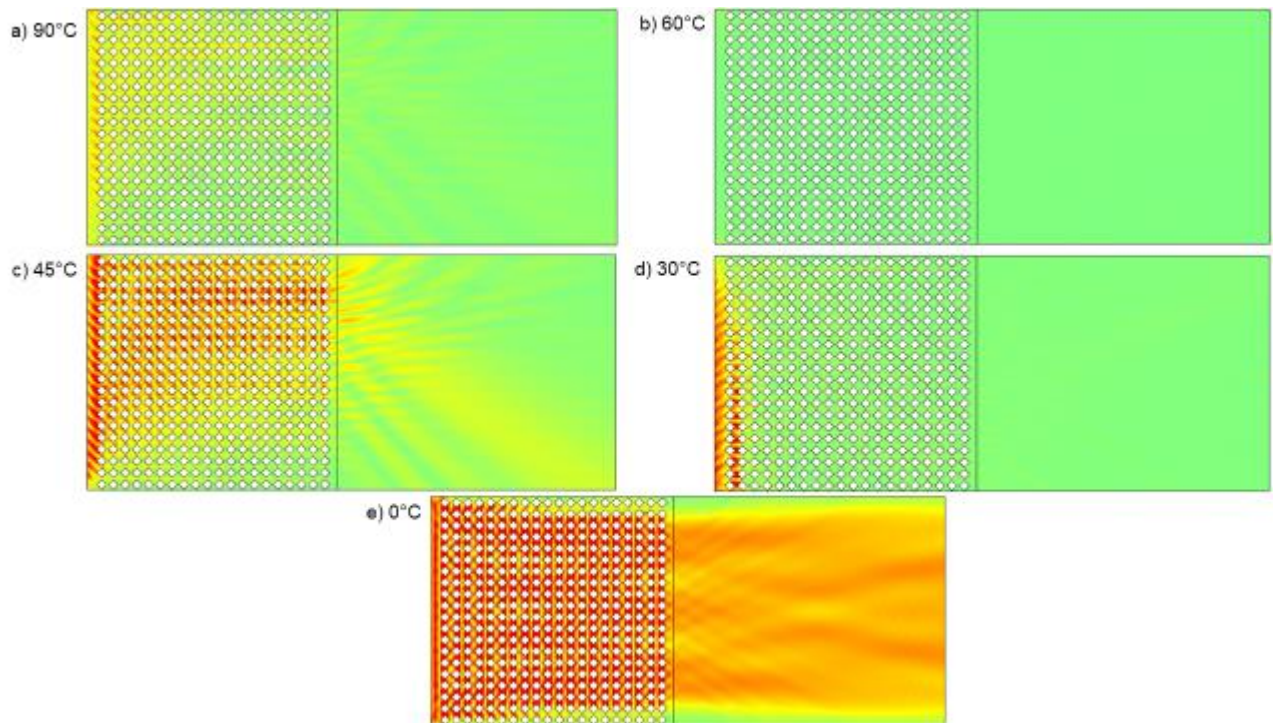
Las Figuras 4.9-4.11, muestran mapas de presión para 90, 60, 45, 30, y 0 °, para cada uno de los cristales a una frecuencia de 450 kHz. En el caso del cristal con dispersores triangulares (Figura 4.9), se puede observar que el ángulo que optimiza la propagación de las ondas ultrasónicas es el de 30 por otra parte el ángulo de 90°C tiene una incidencia reflejada a partir de la esquina superior izquierda con una propagación mínima, mientras que en el ángulo de 60°C el cristal se vuelve completamente absorbente. El ángulo de 45°C tiene una mayor incidencia reflejada partiendo de la esquina superior izquierda, y por último en el ángulo de 0°C su propagación inicia en la esquina inferior izquierda teniendo una mayor propagación para los primeros 10-15 periodos.





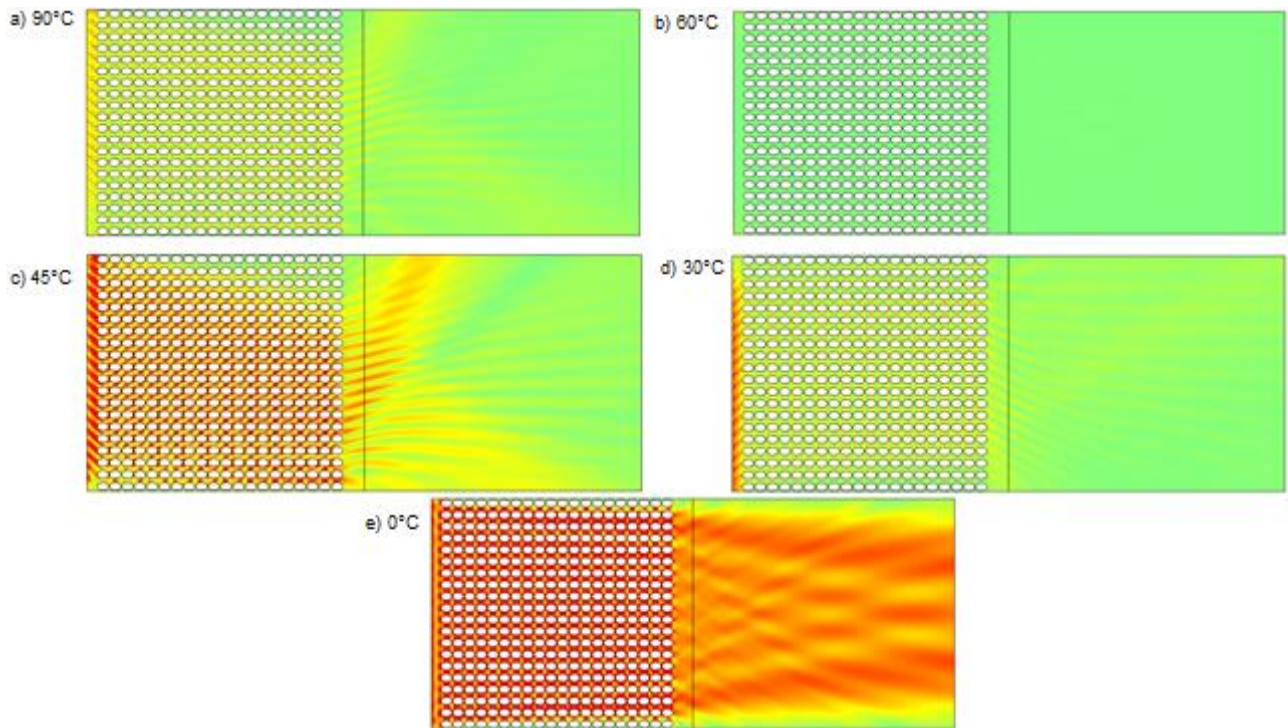
**Figura 4.9** Mapas de presión del dispersor triangular a diferentes ángulos de incidencia a) 90°C, b) 60°C, c) 45°C, d) 30°C y e) 0°C, con una frecuencia de 450 kHz.

Para el caso de los dispersores romboidales (Figura 4.10), en la transmisión para la misma frecuencia, los ángulos de 90, 60 y 45 °C se comportan de una manera similar a la propagación de las ondas ultrasónicas de los dispersores triangulares de la Figura 4.9, la diferencia se encuentra en los ángulos de 30 y 0 °C, en donde la mayor propagación puede ser observada en el ángulo de 0°C, mientras que en el ángulo de 30°C el cristal se vuelve absorbente y la propagación de la onda se reduce a los primeros 5 periodos.



**Figura 4.10** Mapas de presión del dispersor romboidal a diferentes ángulos de incidencia a) 90°C, b) 60°C, c) 45°C, d) 30°C y e) 0°C, con una frecuencia de 450 kHz.

El último caso a analizar es el de los dispersores elipsoidales (Figura 4.11), se puede observar que la incidencia de los ángulos 90, 45 y 30 °C es completamente diferente que en los casos anteriores, para este dispersor en el ángulo de 90 °C la onda incide partiendo de la parte superior izquierda propagándose hacia arriba y hacia abajo (no tiene una dirección fija), para el ángulo de 60°C la onda se vuelve absorbente en la cual no se observa ninguna incidencia, para el ángulo de 45°C la onda ultrasónica tiene una mayor incidencia partiendo de la parte superior izquierda del cristal, teniendo una propagación similar al cristal con ángulo de 90 °C, en el ángulo de 30 °C la onda incide de la parte inferior izquierda teniendo una propagación mínima en todo el dispersor y por último en el ángulo de 0 °C las ondas de ultrasonido se propagan perfectamente a través del cristal, por lo tanto se podría decir que la incidencia de los ángulos mencionados y la geometría de los dispersores son un factor considerable en la propagación de la onda ultrasónica.



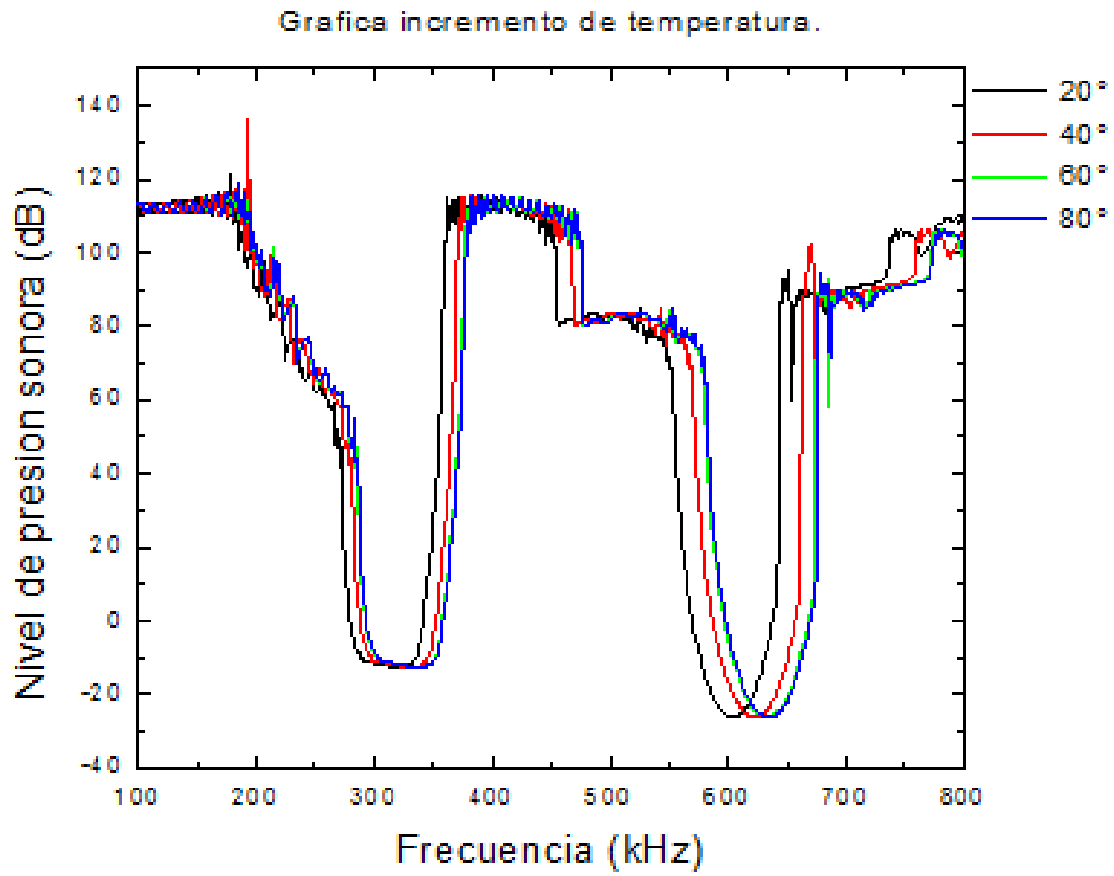
**Figura 4.11** Mapas de presión del dispersor elíptico a diferentes ángulos de incidencia a) 90°C, b) 60°C, c) 45°C, d) 30°C y e) 0°C, con una frecuencia de 450 kHz.

### 4.3 Análisis del efecto de la temperatura.

En ésta sección, se analiza el efecto de la temperatura en las propiedades acústicas de los cristales fonónicos descritos en la Figura 4.1, manteniendo un ángulo de incidencia de 0°. En éste proceso, fue necesario incluir en la plataforma COMSOL, tanto la velocidad del sonido, como la densidad del agua y acero inoxidable a las diferentes temperaturas de interés: 20, 40, 60 y 80 °C. En el caso del agua, se obtuvieron de tablas en la literatura, mientras que para el acero inoxidable, se obtuvieron mediante la expresión descrita en la sección 3.3. A través de COMSOL se obtuvieron, como en los casos anteriores, los espectros de transmisión acústica de los cristales a diferentes temperaturas. Con el objetivo de lograr una mejor descripción, se obtuvieron los mapas de presión (como en las secciones anteriores) para las frecuencias en las que se observó una diferencia

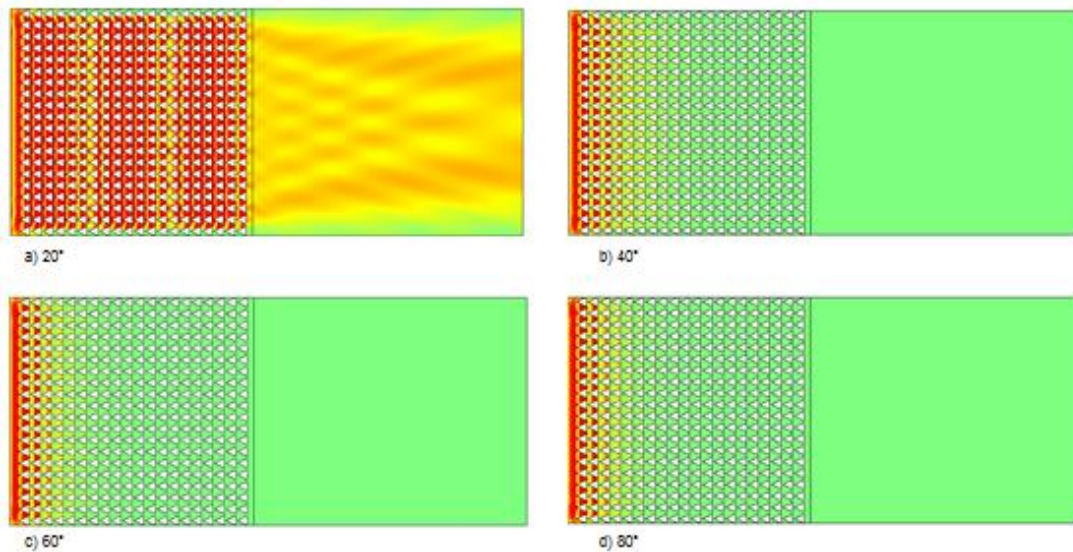
considerable en la intensidad transmitida a diferentes temperaturas, con el objetivo de determinar cómo se modifica la distribución de energía.

En la Figura 4.12 se muestra los espectros de transmisión del cristal con base triangular para las 4 temperaturas de interés. En dicha gráfica, se puede observar que el espectro de transmisión mantiene su forma, sin embargo, se observa un corrimiento de las bandas, tanto de transmisión, como las prohibidas (bandgaps), a regiones de mayor frecuencia. Al comparar los espectros de 20 y 40 °C, en la región de frecuencias 550-600 kHz, el corrimiento es de aproximadamente 25 kHz, mientras que entre 20 y 60 °C, éste es de 40 kHz, siendo aproximadamente el mismo para 80 °C. Un comportamiento similar se observa entre 630 y 670 kHz, sin embargo, la misma comparación, pero en la región de frecuencias, 350-380 kHz, muestra que el corrimiento se reduce aproximadamente a la mitad. Como es sabido, la velocidad del sonido se determina principalmente por la temperatura del medio en el que se propague, entonces al modificarla, la presión aumenta y debido a esta presión las moléculas del líquido se mueven más rápidamente lo que provoca que la intensidad se transmita de una manera diferente como se observa en la figura 4.13. La temperatura, por lo tanto, tiene un efecto sobre la propagación de ondas acústicas, que depende de la frecuencia, conllevando a un corrimiento de las bandas, con cambios mínimos en su forma.



**Figura 4.12.** Grafica incremento de temperatura, dispersor base triangular.

MAPAS DE PRESIÓN A DIFERENTES TEMPERATURAS  
FRECUENCIA 365 kHz  
INTENSIDAD TRANSMITIDA 111.28 dB

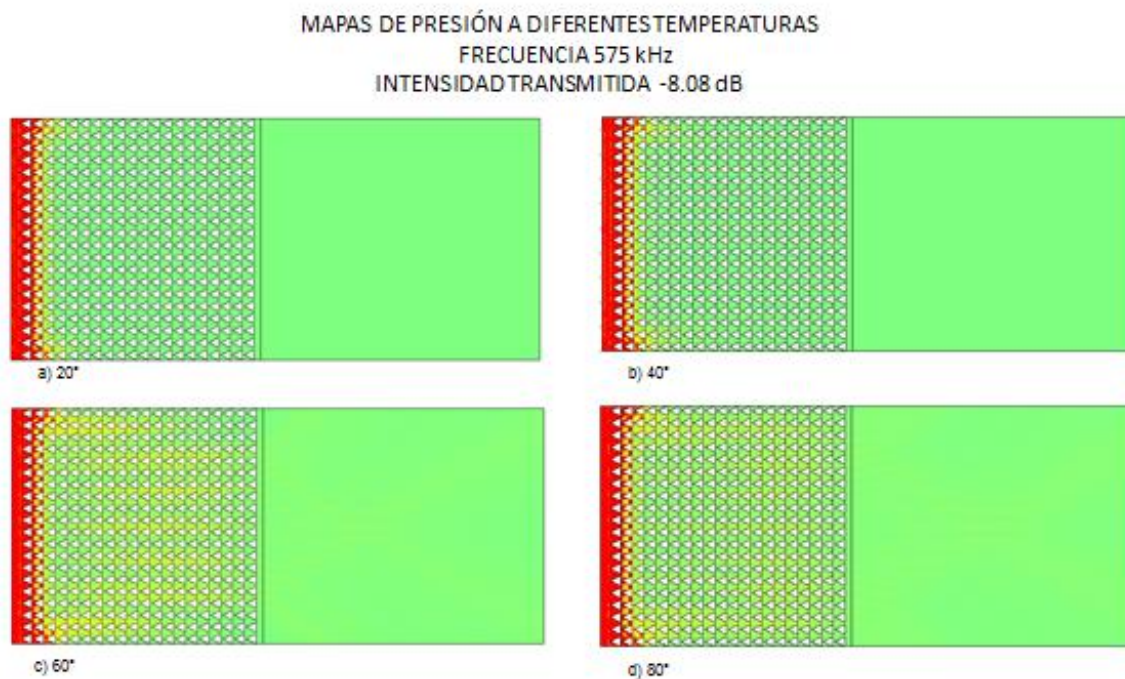


**Figura 4.13** Mapas de presión, dispersor triangular frecuencia 365 kHz (a) 20 °C, (b) 40°C, (c) 60°C, (d) 80°C.

En la figura 4.13, se esquematiza la evolución de la transmisión acústica del cristal con base triangular para las diferentes temperaturas de análisis, a partir de los mapas de presión. Puede observarse que cuando la temperatura es de 20 °C, ondas de ultrasonido de 365 kHz, se propagan perfectamente a través del cristal, con una intensidad de 110 dB. Sin embargo, cuando la temperatura aumenta, debido al cambio en la velocidad del sonido y la densidad de los componentes del cristal, la intensidad de transmisión y distribución de energía acústica se ve modificada. Para 40 °C, puede apreciarse que el cristal se vuelve absorbente para la misma frecuencia; del mapa de presión, puede observarse que la energía se absorbe en los primeros 10 periodos del cristal, mientras que para 60 y 80 °C, la transmisión se limita a los primeros 7 periodos.

La siguiente figura 4.14 muestra los mapas de presión que se obtuvieron de la segunda banda prohibida del dispersor triangular, como se puede ver la

distribución de energía es muy diferente comparado con la figura anterior (4.13). En este mapa, la frecuencia que se considero es de 575 kHz, por otro lado la intensidad transmitida es de -8.08 dB como es una intensidad negativa, para esta frecuencia considerada se puede observar que la intensidad de transmisión acústica se ve modificada, para 20°C se puede observar que la energía se absorbe en los primeros 4 periodos, lo mismo ocurre cuando la temperatura es de 40°C, por el contrario al aumentar la temperatura de 60 y 80 °C la onda se propaga perfectamente a través del cristal.

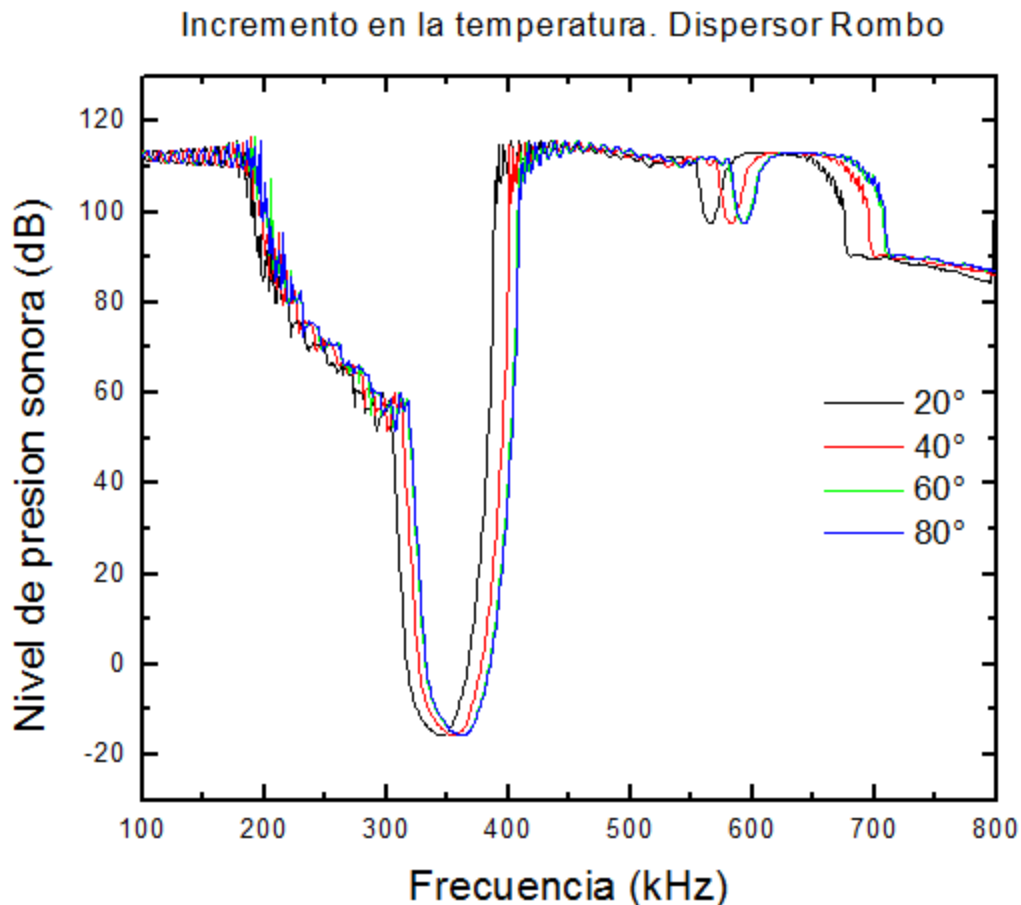


**Figura 4.14** Mapas de presión, dispersor triangular frecuencia 575 kHz.

Es bien sabido que la temperatura es una propiedad termodinámica que controla la energía cinética de los componentes de una sustancia y está completamente relacionada con la densidad. Así mismo, la compresibilidad, isotérmica o adiabática, está asociada con el inverso de la densidad, mientras que la velocidad del sonido está representada como el inverso de la masa, la densidad y la compresibilidad  $[v_s = (m\rho\gamma)^{-1}]$ . En base a esto, las propiedades de transmisión

acústica de los cristales fonónicos diseñados se modificaron al cambiar la temperatura.

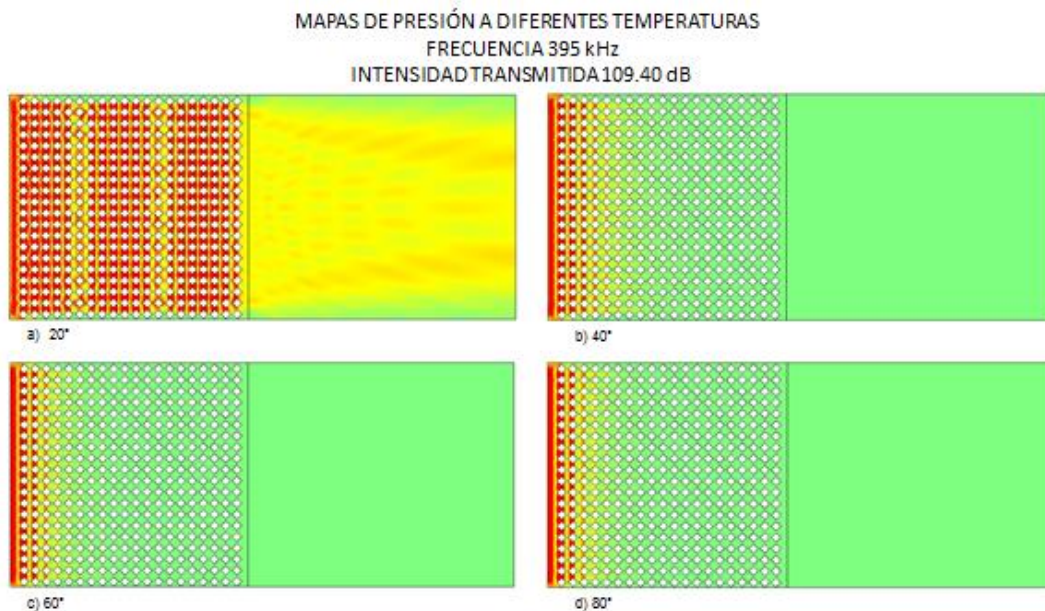
La figura 4.15, muestra los espectros del cristal fonónico con base de rombo a diferentes temperaturas; nuevamente se observa la banda prohibida que se mencionó en las secciones anteriores, también se pueden ver el corrimiento de frecuencias de los espectros cuando en estos se modifica la temperatura, por ejemplo para el espectro de 20°C y el espectro de 40°C en una frecuencia de 300-330kHz existe un corrimiento de 20 kHz aproximadamente y para las temperaturas de 60 y 80°C, considerando como inicial la de 20°C el corrimiento sería aproximadamente de 30kHz.



**Figura 4.15** Espectro de transmisión del dispersor con base de rombo.



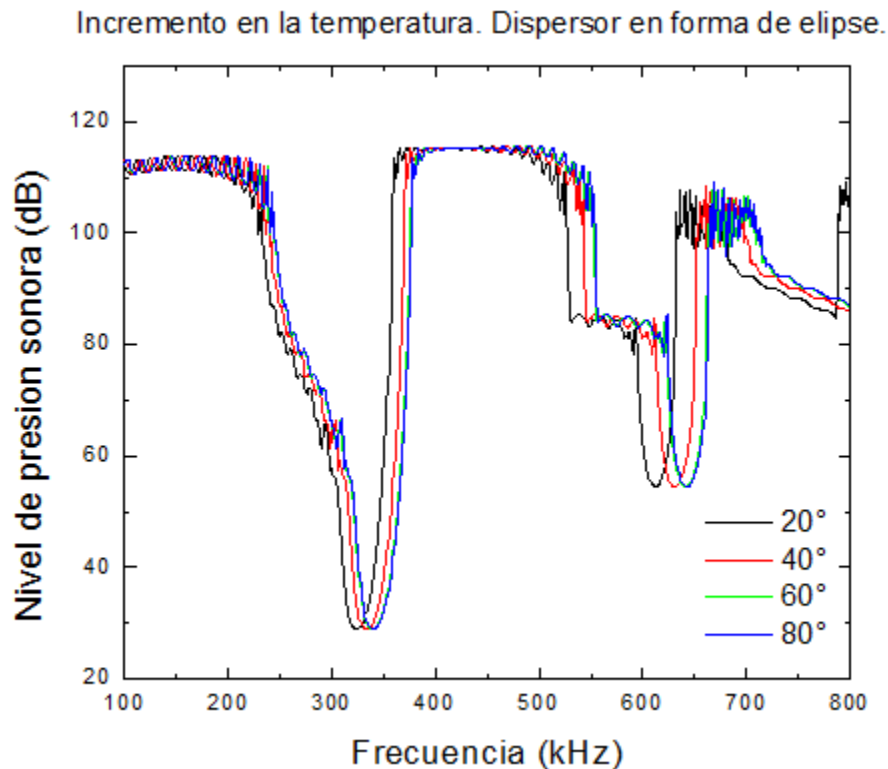
La figura 4.16 muestra los mapas de presión del cristal fonónico con base de rombo a una frecuencia de 395 kHz, a esta frecuencia se observa una intensidad transmitida de 109.40 dB, como en el caso anterior la mayor diferencia entre los espectros y la intensidad transmitida es en las temperaturas de 20 a 40 °C, en la temperatura de 20°C a una frecuencia de 395kHz, las ondas de ultrasonido se propagan perfectamente a través del cristal con una intensidad transmitida de 109.40 dB. Por el contrario, cuando la temperatura aumenta, debido al cambio en la velocidad del sonido y la densidad de los componentes del cristal, la intensidad de transmisión y distribución de energía acústica se ve modificada. Para 40°C, puede observarse que el cristal se vuelve absorbente para la misma frecuencia pero, para este caso lo hace solo para los primeros 10-12 periodos del cristal, mientras que para 60 y 80 °C, la transmisión se limita a los primeros 5 periodos.



**Figura 4.16** Mapas de presión, dispensor con base de rombo, frecuencia 395 kHz.

En la figura 4.17 se observan los espectros del cristal fonónico con base de elipse en el que nuevamente ocurre el corrimiento de los espectros al incrementar la temperatura, debido a que el sonido se desplaza más rápido en el líquido caliente

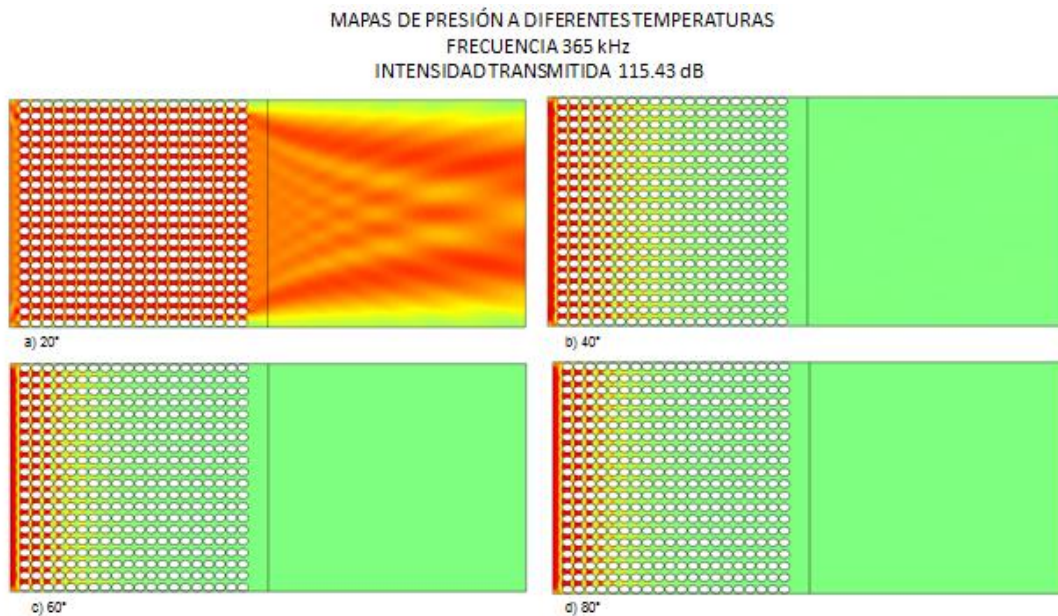
que en el frío, la variación de temperatura genera una curvatura en la propagación de energía. En esta gráfica, se puede observar que el espectro de transmisión mantiene su forma para las 4 temperaturas, sin embargo, se puede observar un corrimiento de las bandas de transmisión. Al comparar estos espectros de 20 y 40 °C, en la región de frecuencias de 300-350 kHz, el corrimiento es de aproximadamente 20 kHz, por otro lado cuando se comparan los espectros de 20 °C con los de 60 y 80 °C el corrimiento es de 30-40 kHz.



**Figura 4.17** Espectro de transmisión del dispersor con base elíptica.

La figura 4.18 muestra los mapas de presión el cristal fonónico, en este mapa se observa la distribución de energía en una frecuencia de 365 kHz. Puede observarse que, cuando la temperatura es de 20°C, a una frecuencia de 365 kHz las ondas se propagan a través del cristal, sin embargo, cuando la temperatura aumenta, debido al cambio de las propiedades la intensidad de transmisión y

distribución de energía acústica se ve modificada. Para la temperatura de 40°C, puede apreciarse que el cristal se vuelve absorbente para la misma frecuencia pero ahora solo lo hace para los primeros 12 periodos del cristal, mientras que para las temperaturas de 60 y 80 °C, la transmisión se limita solo para los primeros 8 periodos.



**Figura 4.18** Mapas de presión, cristal fonónico elipsoidal, frecuencia 365 kHz.

Los resultados mostrados en las secciones anteriores, demuestran y corroboran que las propiedades acústicas de los cristales fonónicos, pueden ser modificados mediante los diferentes parámetros en la presente tesis, es decir, la geometría de los dispersores, el ángulo de incidencia y la temperatura.

## **CAPITULO V**

## **CONCLUSIONES**

De acuerdo con los resultados obtenidos, se demuestra que la geometría de los dispersores de sonido es un factor importante en la aparición del band gaps. Como se pudo observar, el dispersor con base triangular posee dos *bandgap* en diferentes frecuencias, por otro lado, el dispersor con base de rombo tiene solo un band gap y por último el dispersor con base de elipse nuevamente aparecen dos band gap, pero una de ellas tiene un nivel de presión sonora menor.

El ángulo de incidencia de las ondas de ultrasonido, son un factor importante que modifican los espectros de transmisión de los cristales diseñados, en el corrimiento de los espectros en el nivel de presión sonora, esto ocurre para los 3 cristales. Es importante mencionar que el ángulo de incidencia se modificó en intervalos de 10 grados, conservando la misma temperatura, la velocidad del sonido y la densidad del agua.

La temperatura de sus componentes, es otro factor importante que si afecta los espectros de transmisión obtenidos de los 3 cristales diseñados, en este apartado es importante mencionar que también se modificó la velocidad del sonido y la densidad del agua a las temperaturas de interés (20°C, 40°C, 60°C, 80°C), lo que permitió la visualización del corrimiento de los espectros de transmisión obtenidos, además de obtener los mapas de presión en los que se puede observar de una manera más detallada la intensidad de transmisión de la onda sonora, lo que permite concluir que estos factores si modifican las propiedades de transmisión acústica de los cristales fonónicos; pero sería necesario realizar más pruebas a diferentes temperaturas para analizar el comportamiento de los espectros de una manera más detallada.

## BIBLIOGRAFIA

[1] *Estructura de los cristales: El estado cristalino*; [www.xtal.iqfr.csic.es/Cristalografia/parte\\_01\\_3html](http://www.xtal.iqfr.csic.es/Cristalografia/parte_01_3html).

[2] L. Bailón y D. Pardo; *Semiconductores*; "Los sólidos cristalinos" pág. 15-28.

[3] G. Doris "Generalidades del estado sólido" Medellín, Antioquia, 2010.

[4] G. Martínez Avilés; "Fonones: Cuasipartículas de calor y sonido" Cienciorama

[5] Ming-Hui Lu, Liang Feng and Yan-Feng Chen; "Phononic crystals and acoustic metamaterials"; National Laboratory of Solid-State Microstructures and Department of Materials Science and Engineering, Nanjing University, 210093, China, *Materials today*, December 2009, Vol. 12.

[6] F.R. Villatoro; "Dispositivos fonónicos para el control del sonido y del calor"; Blog; Noviembre 2013.

[7] J. Redondo, V. Sánchez-Morcillo, R. Pico, J. Fuster, P. Atanasio; "Difusores de sonido basados en cristales acústicos";

[8] F. Ibiza; "Estudio numérico de la focalización de ondas evanescentes con una estructura periódica"; Universidad Politécnica de Valencia; Gandía 2013.

[9]. Pennec Y, Djafari-Rouhani B. "Fundamental Properties of Phononic Crystal"; Phononic Crystals; Springer, New York, NY.

[10] M. Travizano, S. Romano y J. Kamienkowski; "Determinación de la Banda prohibida (Band gap) en Si"; Laboratorio 5; Departamento de Física; UBA 2002.

[11] M.N. Armenise, C. E. Campanella, C. Ciminelli, F. Dell and V. Passaro; "Phononic and photonic band gap structures: modelling and applications" *Physics Procedia* 3 (2010) 357–364.

- [12] Pierre-Yues Guerder; "*Phononic Crystal and their Applications*"; April 4th; 2011.
- [13] COMSOL *Platform Product: COMSOL MULTIPHYSICS*; Understand, Predict, and Optimize Physics-Based Designs and Processes with COMSOL Multiphysics® <https://www.comsol.com/comsol-multiphysics>.
- [14] COMSOL *Multiphysics 5.4 "Herramienta de modelado y análisis para prototipaje virtual de fenómenos físicos"*.  
<https://www.addlink.es/productos/comsol-multiphysics#modulos>
- [15] R. Montes A; "*APLICACIÓN DEL PROGRAMA COMSOL MULTIPHYSICS EN LA INGENIERÍA MECÁNICA*"; Universidad Tecnológica de Pereira Facultad de Ingeniería Mecánica Pereira 2015.
- [16] Aspectos destacados del lanzamiento de COMSOL *Multiphysics 5.2*.  
<https://www.comsol.com/release/5.2/acoustics-module>
- [17] COMSOL *Product: ACOUSTICS MODULE*; "*Analyze Acoustics and Vibrations with the Acoustics Module*". <https://www.comsol.com/acoustics-module>.
- [18] A. Alberti, I. Spiousas and P. Riera "*Multiple-scattering theory for two-dimensional arbitrarily shaped acoustic composites*"; Proceedings of Meetings on Acoustics; Vol. 28; 045005; 2017.
- [19] Guía OIML "*Organización Internacional de Metrología Legal*" G-14; Medición de densidad; Edición 2011.